تنمية مكونات البراعة الرياضية لتلاميذ الصف السادس الأساسى فى فلسطين باستخدام النمذجة الرياضية القائمة على تطبيقات (الحاسوب التفاعلي- الواقع المعزّز)

إعداد

عبدالرحمن محمد صادق أبوسارة
باحث دكتوراه
قسم المناهج وطرق التدريس
كلية الدراسات العليا للتربية – جامعة القاهرة

أ.د وفاء مصطفى كفافي
أستاذ المناهج وطرق التدريس
كلية الدراسات العليا للتربية
جامعة القاهرة

أ. م .د سهيل حسين صالحة
أستاذ ورئيس قسم المناهج وطرق التدريس المساعد
كلية العلوم التربوية– جامعة النجاح الوطنية

المستخلص:

يهدف هذا البحث إلى تقصى فاعلية استخدام برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلى – الواقع المعزّز) فى تنمية مكونات البراعة الرياضية لدى تلاميذ الصف السادس الأساسى فى فلسطين، وتكونت عينة الدراسة من (١١٢) تلميذاً تمّ تقسيمهم إلى ثلاث مجموعات: المجموعة التجريبية الأولى بلغ عددها (٣٧) تلميذاً درست باستخدام برنامج قائم على النمذجة الرياضية بواسطة تطبيقات الحاسوب التفاعلية، والمجموعة التجريبية الثانية، بلغ عددها (٣٧) تلميذاً درست باستخدام برنامج قائم على النمذجة الرياضية بواسطة تطبيقات الواقع المعزّز، والمجموعة الثالثة الضابطة بلغ عددها (٣٨) تلميذاً درست بواسطة الطريقة الاعتيادية، وتم إعداد أداتى البحث وهما: اختبار مكونات البراعة الرياضية المعرفية وتضمن: (الاستيعاب المفاهيمى والطلاقة الإجرائية والكفاءة الإستراتيجية والاستدلال التكيفي) واستبانة لقياس الرغبة الرياضية المنتجة، وأظهرت نتائج البحث إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية (α=0.05) بين متوسطات المجموعات الثلاثة فى اختبار مكونات البراعة الرياضية المعرفية واستبانة الرغبة الرياضية المنتجة لصالح المجموعتين التجريبيتين.

كلمات مفتاحيه: البراعة الرياضية، النمذجة الرياضية، الحاسوب التفاعلى، الواقع المعزّز

Abstract:

This research aims to investigate efficacy of using a mathematical modeling-based program that involves applications of (interactive computer –

augmented reality), and its role in developing mathematical proficiency strands among sixth grade students in Palestine. The research sample consisted of (112) students, divided into three groups: The first experimental groups was (37) students, they learned mathematics using a mathematical modeling-based program that involves applications of interactive computer; the second experimental group was (37) students who learned mathematics using a mathematical-modeling-based program that involves applications of augmented reality; while the third group was a control group, consisted of (38) students who learned mathematics according to the usual method. Two research tools were prepared: A test of mathematical proficiency strands that includes (conceptual understanding, procedural fluency, strategic competence and adaptive reasoning); and a questionnaire to measures productive disposition. The research findings showed that - in the test of cognitive mathematical proficiency and the questionnaire of productive disposition - there are statistically significant differences (α=0.05) between the averages of the three groups, in favor of the two experimental groups.

Key Words:

Mathematical Proficiency - Mathematical Modeling - Interactive Computer - Augmented Reality

مقدمة:

يعيش تلاميذنا اليوم فى واقع يتصف بكثرة متغيراته وأدواته وبسرعة تقلبات ظروفه، ويعتمد بشكل أساسى على تطبيقات وتقنيات مرتبطة بشكل مباشر بالأسس النظرية والعملية للمعرفة الرياضية بأشكالها وصورها المختلفة، مما يحتم على التلاميذ الإلمام بهذه المعرفة الرياضية وإدراك تطبيقاتهـــا، واستخدام أدواتها لمواكبة هذا التطور السريع، والقدرة على حلّ المشكلات التى يواجهونها، لكى يكونوا مؤهلين للنجاح فى حياتهم العملية.وتمتاز الرياضيات عن العلوم الأخرى بأنها علم ديناميكى متطـــور، يتفرع عنه فروع كثيرة لم تكن معروفة من قبل. ومن غير شك أثّر تدفق المعلومات والتكنولوجيا على هذا التطور، وعلاوة على ذلك فإن علم الرياضيات يمتاز بالتجريد، وكلما زاد التجريد زادت تطبيقاته فى المجالات الأخرى، ونتيجة لتطور الرياضيات تتأثر المجتمعات نحو الأفضل.

وإذا كان الهدف هو إعداد التلاميذ للنجاح فى حياتهم العملية وإعدادهم كى يتنافسوا عالمياً فى الغد، فلا بد أن يكون لديهم القدرة على تعلم مفاهيم جديدة ومهاراتها، فإنهم بحاجة إلى فهم التعامل مع الرياضيات كأداة يمكن استخدامها فى حياتهم اليومية؛ للتمكن منها تمكناً يسمح لهم توظيف البيانات والمعلومات والتقنيات التى يعايشونها هذه الأيام، وإذا كان مستوى التلاميذ ضعيفاً فى الرياضيات وتطبيقاتها؛ فستكون فرصتهم قليلة للحصول على مستويات عليا من التميّز والمنافسة على المهن الفعالة، فجهلهم بالرياضيات يحرمهم من الفرص ومن البراعة فى مهام حياتهم اليومية، ولذلك تعدّ الرياضيات مادة أساسية ومحورية فى حياة التلاميذ، وفى مركز المناهج الدراسية عالمياً، ويعدّ النجاح فى تعلمها مطلباً ضرورياً فى حياتنا (خالد المعثم، سعيد المنوفى، ٢٠١٤، ٢).

يشير المجلس القومى للبحوث بالولايات المتحدة الأمريكية (NRC) " National Research Council" إلى أنه خلال القرن العشرين أخضع معنى "النجاح فى تعلم الرياضيات" لعدة تحولات استجابة للتغيرات الحاصلة فى كلّ من المجتمع والتعليم المدرسى، والنجاح فى تعلم الرياضيات يعنى عادة المهارة فى استخدام الإجراءات الحسابية والمنطقية، مع تأكيد عدد من الآراء على الحاجة إلى أداء المهارة بكل يسر وسهولة، وكما يؤكد غيرهم على حاجة الطلاب لتعلم الإجراءات مع فهمها (NRC, 2001, 118).

وتظهر القيمة الحقيقية للرياضيات بشكل واضح عندما يتم اشتقاقها من الواقع الذى يحيط بالتلاميذ فى حياتهم اليومية أو من المجتمع الذى يعيشون فيه، ومن هنا يكون من المهم أن يتعلم التلاميذ ويتدربوا على ترجمة الواقع الحياتى والنماذج المحيطة بهم إلى صيغ رياضية مناسبة تمكنهم من فهم العديد من الظواهر الحياتية وتفسيرها، وهو ما يطلق عليه بالنمذجة الرياضية (حسن الجندى، ٢٠١٤، ٥٣).

حيث تمثل النمذجة الرياضية جسراً يستطيع المتعلم من خلاله تسهيل تعلم الرياضيات، فالنمذجة الرياضية تمثل المفاهيم الرياضية، وتقدمها فى رسم أو تجسيد، وتربطها بواقع المتعلمين وحياتهم، كما أنها تساهم فى تنمية الفهم والتفكير، إضافة إلى أن النمذجة الرياضية وتطبيقاتها وما تتطلبه من مهارات أصبحت ضرورية لمتعلمى الرياضيات لتقديم شيئاً جديداً فى تعلمها (Hansson, 2010, 173).

وفى حقيقة الأمر أن النمذجة الرياضية ما هى إلا تطبيقات للرياضيات، حيث يتم فيها تحويل الموقف أو المشكلة الحياتية إلى مسالة رياضية وحلّها واختبار تلك الحلول على الموقف الحياتى واختيار أفضل الحلول، وبذلك يستطيع الطالب تقدير أهمية الرياضيات فى حياته العملية، وأن يتصور التطبيقات الرياضية التى تتجاوز حدود مادته الدراسية (فايز مينا، ٢٠٠٦، ٢١٧).

ولقد أشارت العديد من الدراسات السابقة على فاعلية استخدام النمذجة الرياضية فى تنمية مهارات كثيرة فى الرياضيات وخاصة فى مكونات البراعة الرياضية، نذكر منها: دراسة **(صباح حمادى، ٢٠١٦)** والتى أشارت نتائجها إلى: فاعلية أسلوب النمذجة الرياضية فى تنمية حلّ المشكلات التطبيقية الرياضية، ودراسة **(نورة الشهرى، ٢٠١٦)** والتى أكدت على فاعلية إستراتيجية النمذجة فى تنمية مهارات حلّ المسألة الرياضية والمهارات الفرعية (مهارة وضع خطة للحل و تنفيذها و التحقّق من صحة الحل)، ودراسة **(محمد سعيد، ٢٠١٦)** والتى أظهرت نتائجها فاعلية النمذجة الرياضية فى تنمية المعرفة المفاهيمية والإجرائية ومهارات حلّ المشكلات الهندسية، ودراسة **(مأمون الصفوق، ٢٠١٥)** التى توصلت إلى فاعلية النمذجة الرياضية فى تنمية المفاهيم لدى التلاميذ فى موضوع الكسور، وكذلك تنمية العمليات الرياضية عليها ودراسة **وثلا (Wethall, 2011)** التى توصلت إلى فاعلية النمذجة الرياضية فى تحسين حلّ المشكلات الرياضية فى ضوء أبعاد البراعة الرياضية، وكذلك الثقة لدى التلاميذ لحلّ مشكلات جديدة وبناء الفهم المفاهيمى.

ولقد تأثر نهج التعليم باستخدام النمذجة الرياضية بمجموعة من العوامل، كان من أهمها: تطور وسائل تكنولوجيا المعلومات وأدواتها والاتصالات الحديثة خاصة تلك الأدوات المعتمدة على الحاسوب بجانبيه: المادى والبرمجى، مما ساهم فى بلورة توجه جديد قائم على توظيف التكنولوجيا فى تعليم الرياضيات، وبرزت تطبيقات الحاسوب التفاعلية والواقع المعزّز كأهم المستحدثات التكنولوجية التى يمكن توظيفها فى التعليم والتعلم.

ويمتاز الحاسوب بامتلاكه مجموعة من الأدوات والتقنيات المختلفة، التى تؤهله للقيام بدور فعّال فى تعليم الرياضيات وتعلمها، وذلك بإضفاء الحيوية والواقعية والتجديد فى طرق التعليم والتعلم، والمساعدة على شدّ انتباه المتعلم، وتطبيق رؤية عصرية للتعليم وإعطاء تغذية فورية للمتعلم، والمساهمة فى إعطاء حلول جدية وواقعية للمشكلات التربوية التى يواجهونها (عبدالرحمن أبوسارة، ٢٠١٦، ٢).

وفى الجانب الآخر نجد تطبيقات الواقع المعزّز كأحد أهم التطبيقات التكنولوجية التى تتيح دمج بيئات الواقع الافتراضى والبيئات الواقعية من خلال تطبيقات تسمح بإضافة بيانات رقمية وتركيبها باستخدام طرق عرض رقمية للواقع الحقيقى للبيئة المحيطة بالمستخدم، ومن منظور تكنولوجى غالباً ما يرتبط الواقع المعزّز بالأجهزة الإلكترونية يمكن ارتداؤها أو أجهزة ذكية يمكن حملها (Larsen, Bogner, Buchholz & Brosda,2011, 41).

وتأكيداً على ذلك، دعا المجلس الوطنى الأمريكى لمعلمى الرياضيات (National Council of Teachers of Mathematics –NCTM) إلى بناء سياسات تربوية تستخدم التكنولوجيا لدراسة

الرياضيات، وذلك باستخدام الحاسوب وبرمجياته المختلفة، بحيث يتمكن المتعلم من تلقى برامج تعليمية فى الرياضيات وعلى مستوى كبير وذلك لقدرة التكنولوجيا على دعم التعليم، من خلال تجسيد الأفكار الرياضية بصورة مرئية، وتسهيل عملية تنظيم البيانات وتخزينها وتحليلها واسترجاعها بطرق مختلفة، وتنفيذ الحسابات العلمية بدقة وكفاءة وبذلك قام باعتماد مبدأ التكنولوجيا كواحد من المبادئ التى تقوم عليها الرياضيات المدرسية (NCTM, 2000, 24).

وهناك العديد من الدراسات السابقة، أوصت باستخدام التطبيقات الحاسوبية التفاعلية فى تعليم الرياضيات، ومنها دراسة **إكرامى محمد (٢٠١٧) والتى توصلت** إلى فاعلية استخدام أنشطة إثرائية فى ضوء برمجيات الرياضيات التفاعلية (تطبيق الجيوجبرا) لتنمية المعرفة المفاهيمية والإجرائية، ودراسة **عبدالرحمن أبوسارة (٢٠١٦)** والتى أظهرت فاعلية استخدام التطبيقات الحاسوبية الثلاثة فى تحصيل التلاميذ بالمستويات الثلاثة: المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية وحلّ المشكلات، ودراسة **بولوت واكاين وكايا واكاين (Bulut, Akcakin, Kaya & Akcakin,2016)** والتى توصلت إلى فاعلية تطبيق (الجيوجبرا) فى تنمية مستوى فهم التلاميذ لموضوع الكسور، ودراسة **جازى البلوى (٢٠١٢)** التى توصلت إلى فاعلية استخدام برنامج تعليمى مستندا إلى تطبيق جيوجبرا (Geogebra) فى حل المسألة الرياضية وفى الدافعية نحو تعلم الرياضيات، ودراسة **عدنان العابد وسهيل صالحة (٢٠١٤)** والتى توصلت إلى فاعلية استخدام تطبيق جيوجبرا (Geogebra) فى تنمية حل المسألة الرياضية وفى تخفيض القلق الرياضى.

وكذلك العديد من الدراسات السابقة، التى أوصت باستخدام تطبيقات الواقع المعزّز فى تعليم الرياضيات، كدراسة **تهانى الفهد (٢٠١٨)** والتى توصلت إلى فاعلية استخدام تطبيقات الواقع المعزّز فى تنمية الاستيعاب المفاهيمى، ودراسة **سامية جودة (٢٠١٨)** والتى توصلت إلى فاعلية استخدام تطبيقات الواقع المعزّز فى تنمية مهارات حل المشكلات الحسابية والذكاء الانفعالى.

الإحساس بالمشكلة:

لقد نبع الإحساس بمشكلة هذا البحث من خلال مصادر أساسية، وهى:

أولاً: نتائج المسابقات الدولية:

قامت وزارة التربية والتعليم الفلسطينية بجهود كبيرة للتطوير الشامل والهادف إلى تحسين مخرجات التعليم، ورفع مستوى جودته، إلاّ أن المتأمل فى التعليم عامة وفى تعليم الرياضيات خاصة، يلاحظ أن المخرجات التعليمية فى الرياضيات لم تصل إلى المستوى المطلوب، إذ تشير نتائج دراسة التوجهات الدولية فى العلوم والرياضيات Trends In

International Mathematics And Science (TIMSS) والتى تعقد بشكل دورى كل أربع سنوات، إلى ضعف مستوى الأداء فى الرياضيات؛ فقد كان ترتيب فلسطين الرابعة والثلاثين من أصل خمس وأربعين دولة مشاركة فى (عام ٢٠١١) وهذه النتائج تضع (فلسطين) فى مصافّ عشرة الدول الأقل تحصيلاً فى الرياضيات من الدول المشاركة، حيث بلغ المتوسط الدولى للتحصيل(٥٠٠) ومتوسط تحصيل فلسطين فى الرياضيات (٤٢٠)، وتمّ تصنيف النتائج وتوزيع النسب المئوية للتلاميذ تبعاً لأربعة مؤشرات، كما فى جدول (١) (وزارة التربية والتعليم، ٢٠١٢):

جدول (١)

نتائج اختبار TIMSS لعام ٢٠١١م وتوزيعها على المؤشرات

نسبة المتعلم	تحصيل متقدم	تحصيل عال	تحصيل متوسط	تحصيل منخفض
المستوى	يستطيع المتعلم التحليل والتفسير والتعميم	يستطيع المتعلم التطبيق فى مواقف معقدة	يستطيع المتعلم التطبيق فى مواقف طبيعية	لديهم معرفة فى المفاهيم الأساسية
النسبة المئوية	%١	%٦	%١٨	%٧٥

ثانياً: الدراسة الاستكشافية:

تم إجراء دراسة استكشافية لتعرف مستوى البراعه الرياضيه لتلاميذ الصف السادس الأساسى فى فلسطين، وتم اختيار (٧٠) **تلميذا** فى إحدى مدارس محافظة جنين (الضفة الغربية) وتطبيق اختبار للبراعة الرياضية، وتمّ التوصل إلى النتائج فى جدول (٢):

جدول (٢)

نتائج تلاميذ الصف السادس الأساسى فى اختبار البراعة الرياضية

نتائج / الاختبار	الدرجة الكلية للاختبار	متوسط درجات التلاميذ	النسبة المئوية
الاستيعاب المفاهيمي	**١٠**	**٤,٦**	**%٤٦**
الطلاقة الإجرائية	**١٠**	**٤,٢**	**%٤٢**
البراعة الإستراتيجية	**١٠**	**٣,١**	**%٣١**

نتائج الاختبار	الدرجة الكلية للاختبار	متوسط درجات التلاميذ	النسبة المئوية
الاستدلال التكيفى	١٠	٢,٧	%٢٧
الرغبة الرياضية المنتجة	١٠	٢,٣	%٢٣
الدرجة الكلية	٥٠	١٦,٩	%٣٣,٨

ويظهر من الجدول ضعف مستوى درجات التلاميذ فى البراعة الرياضية فى مكوناتها الخمسة، حيث كان دون مستوى ٥٠%.

ثالثاً: الدراسات السابقة:

أشارت العديد من الدراسات السابقة، على ضعف التلاميذ فى البراعة الرياضية بمكوناتها الخمسة، منها:

دراسة (**أسامة زيدان، ٢٠١٨**) و(**محمود الضانى، ٢٠١٧**) و(**إيناس رضوان، ٢٠١٦**) التى أشارت جميعها إلى وجود ضعف لدى التلاميذ فى فلسطين فى مكونات البراعة الرياضية فى الرياضيات، وقد أوصت الدراسات بالاهتمام بتنمية مكونات البراعة الرياضية وكيفية توظيفها وقياسها لدى التلاميذ فى فلسطين. ودراسة (**خالد المعثم وسعيد المنوفى، ٢٠١٤**) التى أشارت إلى ضعف مستويات المتعلم فى كثير من مجالات الرياضيات وخاصة مكونات البراعة الرياضية، باعتبارها الأساس فى "تعلم الرياضيات بنجاح"، وقد أشارت أيضاً إلى عدم وجود تأصيل نظرى لمفهوم البراعة الرياضية فى الأدب التربوى العربى، وأوصت بضرورة الاهتمام بالبراعة الرياضية بمكوناتها الخمسة، وإثرائها بالدراسات النظرية والتطبيقية، وبناء أدوات مقننة تساعد فى قياسها بمكوناتها.

مشكلة البحث وأسئلته:

تتحدد مشكلة البحث الحالى استناداً على ما سبق فى ضعف مستوى تلاميذ الصف السادس الأساسى فى مكونات البراعة الرياضية، كما يتضح أن النمذجه الرياضيه وتطبيقات الحاسوب والواقع المعزز ساعدت على تنميه عديد من المهارات فى الرياضيات ولكن لم تتعرض إلى البراعه الرياضيه ، لذا يحاول البحث الإجابة عن السؤال الرئيس الآتى: "**ما فاعلية برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي-الواقع المعزّز) فى تنمية مكونات البراعة لتلاميذ الصف السادس الأساسى فى فلسطين؟**" ويتفرع عن هذا السؤال الرئيس التساؤلات البحثية الفرعية الآتية:

١. ما التصور المقترح للبرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي- الواقع المعزّز) فى تنمية البراعة الرياضية لتلاميذ الصف السادس الأساسى فى فلسطين؟
٢. ما فاعلية البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلى - الواقع المعزّز) فى تنمية مكونات البراعة الرياضية لتلاميذ الصف السادس الأساسى فى فلسطين؟

أهداف البحث:

يهدف البحث إلى:

١. تنمية مكونات البراعة الرياضية لتلاميذ الصف السادس الأساسى فى فلسطين.
٢. تقديم برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلى – الواقع المعزّز) لدى تلاميذ الصف السادس الأساسى فى مادة الرياضيات فى فلسطين.
٣. معرفة فاعلية البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي- الواقع المعزّز) لتنمية البراعة الرياضية لتلاميذ الصف السادس الأساسى، فى فلسطين.
٤. مقارنة استخدام نمطى من النمذجة الرياضية: المستندة على تطبيقات الحاسوب التفاعلى، والمستندة على تطبيقات الواقع المعزّز، من حيث قدرتهما على تنمية البراعة الرياضية لدى تلاميذ الصف السادس الأساسى فى فلسطين.

أهمية البحث:

يتوقع أن تفيد نتائج هذا البحث كلاً من:

- **المتعلمين:** مساعدة تلاميذ الصف السادس الأساسى على القيام بالنمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي- الواقع المعزّز) لتنمية تعلمهم للرياضيات بنجاح "البراعة الرياضية"، ومساعدتهم على اكتشاف معلومات جديدة، من خلال تفاعلهم مع مجموعة من المواقف الحقيقية التى يمكن معالجتها بواسطة النمذجة الرياضية عبر تطبيقات (الحاسوب التفاعلي- الواقع المعزّز) بدلاً من تقديمها لهم بطريقة مباشرة وهذا يسهم فى تحقيق التفاعل والإيجابية خلال عملية التعليم.
- **المعلمون والمشرفون:** توجيه أنظار معلمى الرياضيات إلى ضرورة الاهتمام بتنمية البراعة الرياضية، بوصفها "تعلم الرياضيات بنجاح" ومراعاة مكوناتها الخمسة بالغة الأهمية، وتعرفهم على أساليب حديثة وطرقها قائمة على التكنولوجيا، لتسهيل عملية التعلم والتعليم وتيسير أداء كلّ من المعلم والمتعلم لها.

- **مخططى ومطورى المنـــاهج:** تمكنهم من تدعيم المناهج التعليميـــة بمـــدخل حـــديث لتـــدريس الرياضيات، وذلك باستخدام النمذجة الرياضية بتطبيقات (الحاسوب التفاعلى – الواقع المعزّز).
- **الباحثون فى مجال المناهج وطرق التدريس:** وذلك مـــن خـــلال تقـــديم بعـــض التوصـــيات والمقترحات التى قد تفتح مجالاً لأبحاث ودراسات أخـــرى مـــستقبلية؛ لتطـــوير الرياضـــيات المدرسية والمجالات الدراسية الأخرى لجميع المراحل التعليمية.

حدود البحث:

اقتصر هذا البحث فى تعميم نتائجه على ما يأتى:

أولاً: الحدود المكانية: عينة من تلاميذ الصف السادس الأساسى بمدرستى: (ابن البيطـــار الأساســـية الثانية وذكور قباطية الأساسية الغربية)، وهما من المدارس الحكومية فى الضفة الغربية/ فلسطين.

ثانياً: الحدود الزمانية: تمّ تطبيق البحث الحالى فى الفصل الدراسى الثانى من العام ٢٠١٨/٢٠١٩م.

ثالثاً: الحدود الموضوعية:

- محتوى وحدتى: النسبة المئوية والهندسة والقياس بالفصل الدراسى الثانى من كتاب الرياضـــيات للصف السادس الأساسى المقرر من قبل وزارة التربية والتعليم الفلسطينية.
- مكونات البراعة الرياضية الخمسة وهى: الاستيعاب المفـــاهيمى، الطلاقـــة الإجرائيـــة، الكفـــاءة الإستراتيجية، الاستدلال التكيفى، الرغبة الرياضية المنتجة.
- النماذج التى تمّ استخدامها فى مراحل النمذجة الرياضية هى: النموذج الواقعى (البيئة الحقيقيـــة)، النموذج الرقمى (البيئة الرقمية)، النموذج الرياضى (البيئة الرياضية).
- التطبيقات التى تمَّ استخدامها فـــى هـــذه الدراســـة، هـــى: جيـــوجبرا Geogebra بإصـــداره 6Geogebra Classic كأحد تطبيقات الحاسوب التفاعلى وتطبيق Hp Reval كأحد تطبيقات الواقع المعزّز.

الإطار النظرى للبحث:

يتضمن الإطار النظرى عدة محاور ترتبط بمتغيرات البحث، وفيما يلى عرض لكل منهم:

المحور الأول: البراعة الرياضية Mathematical Proficiency:

يعيش تلاميذنا اليوم فى واقع يتصف بكثرة متغيراته وأدواته، وبسرعة تقلبات ظروفه، يعتمـــد بشكل أساسى على تطبيقات وتقنيات مرتبطة بشكل مباشر بالأسس النظرية والعملية للمعرفة الرياضية بأشكالها وصورها المختلفة، ممّا يحتّم على التلاميذ الإلمام بهذه المعرفة الرياضية وإدراك تطبيقاتهـــا،

واستخدام أدواتها لمواكبة هذا التطور السريع، والقدرة على حلّ المشكلات التى يواجهونها، لكى يكونوا مؤهلين للنجاح فى حياتهم العملية.

ونتيجة للمتغيرات السابقة، أجرت لجنة الدراسات فى مركز التربية التابع للمجلس القومى للبحوث فى الولايات المتحدة الأمريكية (NRC) "National Research Council" فى عام ١٩٩٨م مراجعة للأبحاث فى علم النفس المعرفى وتعلم الرياضيات، لتحليل الرياضيات التى يمكن تعلمها، وبعد تحديدها لما يحتاجه المجتمع من المعرفة الرياضية والفهم والمهارات، أصدرت تقريراً يحمل عنوان "مساعدة الأطفال على تعلم الرياضيات" وحددت من خلاله ما أسمته مصطلح "البراعة الرياضية" Mathematical Proficiency كهدف رئيس ينبغى أن تسعى الرياضيات المدرسية إلى تحقيقه (NRC, 2001, 115).

وتباينت ترجمة المصطلح إلى اللغة العربية، فقد اختار بعض الباحثون مصطلح "البراعة الرياضية"، كما عند أسامة زيدان(٢٠١٨)، ورشا محمد (٢٠١٧)، ومحمود الضاني(٢٠١٨)، وإيناس رضوان (٢٠١٦)، وخالد المعثم وسعيد المنوفى (٢٠١٤)، ومها المصاروة (٢٠١٢)، بينما ذهب بعض الباحثون لاختيار مصطلح "الكفاءة الرياضية" كما عند رمضان البدوى (٢٠١٩)، ومحمد طلبة (٢٠١٨) وعلاء أبوالرايات (٢٠١٤)، وشيماء حسن (٢٠١٦)، وقد اختار الباحثون مصطلح "البراعة الرياضية"، كونه الأقرب فى التعبير عن المفهوم الذى يهدف إليه هذا المصطلح.

أولا مفهوم البراعة الرياضية:

تنوعت التعريفات المتعلقة بالبراعة الرياضية من خلال الدراسات المرتبطة بتعليم الرياضيات وتعلمها، ويعود ذلك التنوع إلى عدم وجود مصطلح يجسد تماماً جوانب الخبرة والكفاءة والمعرفة والفهم فى الرياضيات، إلا أن الباحثون أكدوا على أن مصطلح "البراعة الرياضية" بمكوناته المختلفة مهمٌ وضرورى لكل تلميذ كى يتعلم الرياضيات بصورة صحيحة.

يعرف المجلس القومى للبحوث (NRC, 2001, 116) البراعة الرياضية، بأنها: "مصطلح يشير إلى ما هو ضرورى لأى تلميذ لكى يتعلم الرياضيات بنجاح، ويكون ذلك من خلال خمسة مكونات رئيسية هى: الفهم المفاهيمى Conceptual Understanding والطلاقة الإجرائية Procedural Fluency، والكفاءة الإستراتيجية Strategic Competence، والاستدلال التكيفى Adaptive Reasoning، والرغبة الرياضية المنتجة Productive Disposition، وتوفر هذه المكونات إطاراً لمناقشة المعارف والمهارات والقدرات والمعتقدات التى تشكل الرياضيات".

ويعرفها جروفس (Groves, 2012, 122) بأنها: المهارة فى تنفيذ الإجراءات الرياضية بمرونة ودقة عالية واستيعاب المفاهيم والعمليات الرياضية، وذلك أثناء التفكير المنطقى والتأملى

والتبرير وصياغة المشكلات وتمثيلها وحلّ المشكلات الرياضية، حتى يصل التلميذ إلى رؤية لرؤية الرياضيات كمادة مفيدة وذات قيمة يكتسب الثقة فى استخدامها.

ويعرف باتريس (Patrice, 2011, p. 11) مفهوم البراعة الرياضية، بأنها: "ما يجب أن تحققه برامج تعليم الرياضيات وتعلمها، وذلك من خلال تنمية خمسة مكونات أساسية هى: (الاستيعاب المفاهيمى، والطلاقة الإجرائية، والكفاءة الإستراتيجية، والاستدلال التكيفى، والرغبة الرياضية المنتجة)".

ويرى فيليب (Philipp, 2010, p.12) بأن البراعة الرياضية تعدّ مدخلاً معاصراً لتطوير تعليم الرياضيات، ترتبط بمحاور ثلاثة رئيسية، هى: براعة المحتوى العلمى فى ترابطه وأهميته بالنسبة للتلميذ، وبراعة المعلم فى معالجة المحتوى التعليمى، بالإضافة إلى مكونات البراعة الرياضية الخمسة التى يجب تنميتها لدى التلاميذ وقياسها.

ويرى ريجان (Regan, 2012, p. 51) بأن البراعة الرياضية تعدّ مدخلاً أساسياً فى تطوير المناهج، وهدفاً رئيسياً لبرامج تعليم الرياضيات، من خلال التركيز على مكوناته الخمسة: الاستيعاب المفاهيمى، والطلاقة الإجرائية، والكفاءة الإستراتيجية، والاستدلال التكيفى، والرغبة الرياضية المنتجة.

وبناءً على ما ورد فى التعريفات السابقة، نستنتج التقاء كل من: المجلس القومى للبحوث (NRC, 2001, 116) وريجان (Regan, 2012, p. 51) وفيليب (Philipp, 2010, p.12) على أن البراعة الرياضية تُعدّ هدفاً رئيساً لمناهج تعليم الرياضيات المدرسية يجب على المناهج تحقيقها، بينما يلتقى كل من ريجان (Regan, 2012, p. 51) وفيليب (Philipp, 2010, p.12) على وصف البراعة كمدخل حديث لتطوير مناهج تعليم الرياضيات، وانفرد فيليب (Philipp, 2010, p.12) فى تعريفه إلى للبراعة الرياضية فجعلها ثلاثة أنواع (براعة المحتوى والمعلم والتلميذ)، وقد حددت جميع التعريفات السابقة خمسة مكونات أساسية للبراعة الرياضية، وهى: الاستيعاب المفاهيمى، والطلاقة الإجرائية، والكفاءة الإستراتيجية، والاستدلال التكيفى، والرغبة الرياضية المنتجة.

وتعرف البراعة الرياضية إجرائياً بأنها: قدرة تلاميذ الصف السدس الأساسى على تعلم الرياضيات المدرسية بنجاح ويتمثل ذلك فى استيعابهم للمفاهيم الرياضية، وتنفيذ الإجراءات والحسابات الرياضية بصورة تتصف بالمرونة والسهولة والدقة، وحلّ المشكلات الرياضية وصياغتها وتمثيلها من خلال التفكير المنطقى والتأملى والتبرير، حتى يصل التلميذ لرؤية الرياضيات كمادة مفيدة وذات قيمة فى حياته العملية يكتسب من خلالها الثقة فى قدرته على تعلمها.

ثانيا مكونات البراعة الرياضية:

حدّد المجلس القــومى للبحــوث (NRC, 2001, 5)، وجــروفس (Groves, 2012, 122)، وفيليب (Philipp, 2010, p.12)، وباتريس (Patrice, 2011, p. 11) خمسة مكونات أساسية، تمثل بتكاملها وترابطها مفهوم البراعة الرياضية، وهى:

١. الاستيعاب المفاهيمى (Conceptual Understanding).
٢. الطلاقة الإجرائية (Procedural Fluency).
٣. الكفاءة الإستراتيجية (Strategic Competence).
٤. الاستدلال التكيفى (Adaptive Reasoning).
٥. الرغبة الرياضية المنتجة نحو الرياضيات (Productive Disposition).

وتجدر الإشارة هنا إلى ذهاب بعض الأدبيات إلى تسميتها بالفروع أو بالخيوط أو المكونات أو مجالات البراعة الرياضية، وقد استخدم الباحثون مصطلح "مكونات البراعة الرياضية" للتعبيــر عــن العناصر الخمسة المتداخلة والمترابطة والمتكاملة التى تتكون منها البراعة الرياضية، وهى: الاستيعاب المفاهيمى، والطلاقة الإجرائية، والكفاءة الإجرائية، والاستدلال التكيفى، والرغبة المنتجة.

وسيتناول الباحثون وصفاً لمكونات البراعة الرياضية الخمسة الآتية:

١- الاستيعاب المفاهيمى Conceptual Understanding:

تتميز الرياضيات الحديثة بأنها لا تقتصر على العمليات الروتينيــة المنفــصلة أو المهــارات المجزأة، بل هى أبنية محكمة تتصل مع بعضها البعض بروابط وثيقة، مشكلة فى النهاية بنياناً متكاملاً، واللبنات الأساسية لهذا البناء هى: المفاهيم الرياضية، إذ أن المبادئ والتعميمات والمهارات الرياضــية تعتمد اعتماداً وثيقاً على المفاهيم الرياضية فى تشكيلها واستيعابها واكتسابها (فريد أبوزينــة، ٢٠١٧، ٢٠٥).

ويشير مصطلح الاستيعاب المفاهيمى إلى الفهم المتكامل والوظيفى للأفكار الرياضية، من حيث المفاهيم والعمليات والعلاقات الرياضية (NRC, 2001, 5).

ويعرف كل من حسن شحاته وزينب النجار (٢٠١١، ٤٥) مفهوم الاستيعاب المفاهيمى، بانه: قدرة التلميذ على إدراك المعنى الحقيقى للموقف الذى يواجهه، ويندرج تحتها مجموعة من المظــاهر، مثل: ترجمة الأفكار من صورة إلى أخرى وتفسيرها وشرحها بإسهاب أو إيجــاز، وربــط الأفكــار وتجميعها والتنبؤ بالنتائج والاتجاهات المتضمنة فى هذه الأفكار.

ويعرف جابر جابر (٢٠٠٥، ٢٨) الاستيعاب المفاهيمى، بأنه: قدرة التلميذ على إدراك معنى المفهوم فى المادة التعليمية، أو القدرة على استرجاع المعلومات وفهم معناها الحقيقى، والتعبير عنها بلغة المتعلم الخاصة، وكذلك توظيف المعلومات المكتسبة أو استخدامها فى ميادين الحياة المختلفة.

ويشير مفهوم الاستيعاب المفاهيمى إلى الدلالة عن الإدراك الكامل للموقف الرياضى، ومعرفة المفاهيم والتعميمات، كما يستخدم ليدل على قدرة التلميذ على ترجمة ونقل الأفكار وتحويلها من نص لآخر، وإيجاد العلاقات التى تربط بين الأفكار والمفاهيم بعضها ببعض (فريد أبوزينة، ٢٠١٧، ١١٥).

وبناءً على ما سبق نستنتج التقاء التعريفات السابقة على أن الاستيعاب المفاهيمى هو: إدراك التلميذ للأفكار الرياضية وما تحتويها من مفاهيم وعمليات وعلاقات. ويتجاوز مفهوم الاستيعاب المفاهيمى مستوى التذكر أو الاسترجاع إلى مرحلّة أكثر تقدماً، تتمثل فى: الترجمة والاستنتاج ونقل الأفكار وتجميعها وإدراك العلاقات وغيرها.

ويعرف الاستيعاب المفاهيمى إجرائياً، بانه: إدراك تلميذ الصف السادس الأساسى مضمون الأفكار الرياضية الرئيسية وما تحتويها من مفاهيم وعمليات وعلاقات رياضية.

٢- الطلاقة الإجرائية Procedural Fluency:

يشير مصطلح الطلاقة الإجرائية إلى المهارة فى إجراء العمليات الرياضية، وما تحتويها من خوارزميات ومهارات رياضية مختلفة، بكل مرونة ودقة وبشكل كفء ومناسب (NRC, 2001, 5).

وتعرف الطلاقة الإجرائية، بأنها: مهارة تطبيق الإجراءات بصورة تتصف بالدقة والكفاءة والمرونة وفى سياقات مختلفة، مع ضرورة امتلاك الخبرة فى دمج المفاهيم والإجراءات وتبرير اختيار الإجراء الأكثر ملاءمة فى الموقف المناسب (NCTM, 2014,1).

ويرى رمضان البدوى (٢٠١٩، ٢٤٨) بأن مفهوم الطلاقة الإجرائية، يعنى: معرفة الإجراءات الرياضية المطلوبة، وكيف يمكن استخدامها بشكل مناسب، والمهارة فى توظيف تلك الإجراءات بكل مرونة ودقة وكفاءة.

تتضمن الطلاقة الإجرائية ثلاثة أفكار رئيسية، هى: الكفاءة والمرونة والدقة، فالكفاءة تقتضى من التلميذ عدم انزلاقه إلى خطوات كثيرة تفقده المسار المنطقى لإستراتيجية الحلّ، بينما يمكن لهذا التلميذ الاستغناء عنها بإستراتيجية واحدة تمتاز بالفعالية والسهولة، بالإضافة إلى تتبعه للمشاكل الثانوية والاستفادة من النتائج لحلّ المشكلة، أما فى جانب الدقة فتحتوى على عدة خطوات فى عملية حلّ المشكلات، مثل: استخدام المعطيات اللازمة لخطوات حلّ المشكلات، ومتابعتها بحيث تعتمد كل خطوة على ما سبقها من خطوات، بالإضافة إلى الوصول إلى النتائج المطلوبة والتحقق من صحتها، أما فى

جانب المرونة فيتطلب معرفة أكثر من نهج لحلّ نوع معين من المشكلات الرياضية، وطرق أخرى للتحقق من الحلّ (فدوى القطاطشة، ٢٠١٥، ١٤).

وبناءً على ما سبق، نستنتج التقاء التعريفات السابقة حول ضرورة تمكين التلاميذ من تطبيق مجموعة من الإجراءات المتتابعة؛ للوصول إلى حلول المواقف الرياضية الجديدة غير تلك التى ألفوها وبصورة تتصف بالدقة والكفاءة والمرونة، مع ضرورة امتلاك التلميذ للخبرة فى دمج المفاهيم والإجراءات وتبرير اختيار الإجراء الأكثر ملاءمة فى الموقف المناسب.

وتعرف الطلاقة الإجرائية إجرائياً، بأنها: مهارة تلميذ الصف السادس الأساسى فى تطبيق الإجراءات الرياضية بصورة تتصف بالدقة والكفاءة والمرونة.

٣- الكفاءة الإستراتيجية Strategic Competence:

يُعرف المجلس القومى للبحوث (NRC, 2001, 5) مصطلح الكفاءة الإستراتيجية، بأنها: القدرة على صياغة المشكلات الرياضية وتمثيلها وحلها.

ويعرف رمضان البدوى (٢٠١٩، ٢٥١) الكفاءة الإستراتيجية، بأنها: قدرة التلميذ على صياغة المشكلات الرياضية المختلفة وتمثيلها وحلها ويرى بأن هذا المكون من البراعة الرياضية يشبه ما يطلق عليه "صياغة وحلّ المشكلات" فى أدبيات تعليم الرياضيات والتى تمّ تناولها على نطاق واسع.

ويعرف ماك جريجور (MacGregor, 2013, 6) الكفاءة الإستراتيجية، بأنها: قدرة التلميذ على بناء التمثيلات الرياضية، وصياغة المشكلات الرياضية وحلها، وتكوين الصور العقلية، وهو ما يطلق عليها "التمكن من إستراتيجيات حلّ المشكلات الرياضية".

ويعرف أوستلير وبيب (Ozdemir & Pape, 2012, 154) الكفاءة الإستراتيجية، بأنها: معرفة الإستراتيجيات وتوظيفها؛ لتحليل المهام، وإنجاز الأنشطة، أو حلّ المشكلات بهدف تعلم محتوى الرياضيات.

وبناءً على ما سبق، نستنتج التقاء التعريفات السابقة على أن الكفاءة الإستراتيجية تتطلب تمكن التلاميذ من تطبيق إستراتيجيات حلّ المشكلات الرياضية، للوصول إلى حلول تلك المشكلات، بينما اتفق كل من: المجلس القومى للبحوث (NRC, 2001, 5) ورمضان البدوى (٢٠١٩، ٢٥١)، وماك جريجور (MacGregor, 2013, 6) على أن الكفاءة الإستراتيجية تتعدى حلّ المشكلات الرياضية إلى القدرة على صياغة مشكلات رياضية جديدة وتمثيلها.

وتعرف الكفاءة الإستراتيجية إجرائياً، بأنها: قدرة تلميذ الصف السادس الأساسى على صياغة المشكلات الرياضية وتمثيلها وحلها.

وعلى الرغم من أهمية المكونات الثلاثة السابقة فى نجاح تعلم الرياضيات، إلا أن التلاميذ بحاجة إلى تنمية طرق تفكيرهم، فالرياضيات لغة المنطق والاستدلال، فلا يمكن تصور قدرة التلاميذ على اختيار الإجراءات الرياضية المناسبة (الكفاءة الإستراتيجية) وتنفيذها بأسلوب متتابع (الطلاقة الإجرائية) دون امتلاكهم لقدرات التفكير المنطقى والتأملى والاستدلالى والتى تساهم بالتالى فى حلهم للمشكلات التى تواجههم فى حياتهم، وهو المكون الرابع للبراعة الرياضية.

٤- الاستدلال التكيفى Adaptive Reasoning:

يُشير مصطلح الاستدلال التكيفى، إلى القدرة على التفكير المنطقى والتأملى والتفسير والتبرير (NRC, 2001, 5).

ويعرف رمضان البدوي(٢٠١٩، ٢٥٦) الاستدلال التكيفى، بأنه: القدرة على التفكير المنطقى حول العلاقات بين المفاهيم والمواقف، والذى ينبع من الدراسة المتأنية للبدائل، ويتضمن كذلك معرفة كيفية تبرير الاستنتاجات التى يتوصل اليها التلاميذ.

ويشير أوستلير (Ostler, 2011, 18) إلى أن الاستدلال التكيفى، هو: القدرة على التفكير المنطقى، وتفسير سبب ملاءمة الحلول وتبريره فى سياق المشكلة الرياضية.

ويعرف خالد المعثم وسعيد المنوفى (٢٠١٤، ١٣) الاستدلال التكيفى، بأنه: القدرة على التفكير المنطقى والتبرير الاستدلالى وتوظيف العلاقات المنطقية بين المفاهيم أو المواقف، لشرح وتحليل الحل وتبريره.

وبناءً على ما سبق، نجد اتفاق التعريفات السابقة حول مفهوم الاستدلال التكيفى حيث أشارت إلى قدرة التلميذ على التفكير المنطقى مقترناً بتفسير الإجابات (الحلول) التى يتوصل إليها.

ويعرف الاستدلال التكيفى إجرائياً، بأنه: قدرة تلميذ الصف السادس الأساسى على التفكير المنطقى حول المفاهيم والعلاقات الرياضية، وتفسير الحلول فى سياق المشكلة الرياضية.

وتشكل المكونات السابقة بالغة الأهمية (الاستيعاب المفاهيمى، الطلاقة الإجرائية، الكفاءة الإستراتيجية، الاستدلال التكيفي) أساس البراعة الرياضية المعرفية، إلا أنه فى حقيقة الأمر لا تعدّ كافية لنجاح التلاميذ فى تعلم الرياضيات، حيث أننا بحاجة إلى تعزيزها بمكون (وجداني) يجعل التلاميذ قادرين على إدراك أهمية ما يتعلمونه فى الرياضيات المدرسية بالإضافة إلى إيمانهم بقدرتهم على تعلم الرياضيات واستخدامها فى حياتهم، وهو ما يمكن تسميته (الرغبة الرياضية المنتجة).

٥- الرغبة الرياضية المنتجة Productive Disposition:

يُشير مصطلح الاستدلال التكيفى إلى النزعة نحو رؤية الرياضيات كمادة مفيدة ومجدية وواقعية إلى جانب الإيمان بالاجتهاد والكفاءة الشخصية (NRC, 2001, 5).

ويعرف رمضان بدوى (٢٠١٩، ٢٥٨) الرغبة الرياضية المنتجة، بأنها: نزعة التلميذ لرؤية المعنى فى الرياضيات، وتصورها بأنها مفيدة وجديرة بالاهتمام، والاعتقاد بأنه بالجهد المستمر يستطيع تعلم الرياضيات بشكل فعال.

ويعرف ساموليسون (Samuelsson, 2010, 62) الرغبة الرياضية المنتجة، بأنها: نزعة التلاميذ إلى الإحساس بمعنى الرياضيات، والشعور بأنها مادة يمكن فهمها وأنها مفيدة وذات أهمية، بالإضافة إلى شعورهم بان الجهد المبذول فى تعلم الرياضيات لا يذهب هباءً، وبأنهم قادرون على تعلمها واستخدامها فى حياتهم اليومية.

وبناءً على ما سبق، نستنتج اجماع التعريفات السابقة على أن الرغبة الرياضية المنتجة تتضمن مجالين أساسيين وهما:

١. إدراك التلاميذ لأهمية الرياضيات ومنفعتها فى حياتهم اليومية (المنفعة المدركة).
٢. اعتقاد التلاميذ بقدرتهم على تعلمها وفهمها كلما بذلوا جهداً مستمراً نحوها (الكفاءة الذاتية).

وتعرف الرغبة الرياضية المنتجة إجرائياً، بأنها: نزعة تلميذ الصف السادس الأساسى لرؤية الرياضيات على انها واقعية ومفيدة ومجدية فى حياته اليومية (المنفعة المدركة)، وأنه بالجهد والمثابرة قادر على تعلّمها واكتشافها واستخدامها فى حياته اليومية (الكفاءة الذاتية).

ثالثا: تنمية مكونات البراعة الرياضية:

إذا كانت البراعة الرياضية تتضمن مكونات مترابطة ومتشابكة يؤثر بعضها ببعض، فإن الإجراءات والترتيبات يجب أن تكون أيضاً مترابطة ومتكاملة تؤثر على جميع مكونات البراعة، فالقيام بالتركيز على مكون أو اثنين لا يمكننا من الوصول للأهداف المرجوة، وهى تعلم التلاميذ الرياضيات بنجاح.

ومن الممارسات الصفية التى يمكن من خلالها تنمية مكونات البراعة الرياضية، ما يأتى: (Jennifer, 2007, 165-168):

١. نمذجة المواقف الرياضية وتمثيلها، فالنمذجة تعدّ من أفضل الطرق لتنمية الاستيعاب المفاهيمى والطلاقة الإجرائية لدى التلاميذ، وذلك لأن التلاميذ يكونون أكثر اتصالاً وتفاعلاً واهتماماً عندما يتمّ تمثيل الأفكار الرياضية المختلفة بواسطة السياقات الحقيقية، والوسائط المتعددة (الصور، الألوان، الرموز اللفظية والمكتوبة).
٢. الاهتمام بالرياضيات التطبيقية (الحقيقية) وذلك من خلال جعل التلاميذ يستشعرون مشكلة من واقع الحياة، يمكن حلها بواسطة ما يتعلمونه فى مادة الرياضيات، حيث يقوم المعلم بتقديم المشكلة

الرياضية، ويطلب من التلاميذ تنفيذ مهام رياضية، للوصول إلى حلّول لها، وهنا تزداد ثقة التلاميذ بأنفسهم، وبالإجراءات التى يرونها، مما يؤثر إيجاباً على الرغبة الرياضية المنتجة لديهم.

٣. إفساح المجال لدى التلاميذ لمناقشة أفكارهم وتصوراتهم الرياضية، وتبرير أسلوبهم وفهمهم للمواقف الرياضية المختلفة، وذلك بهدف تنمية الكفاءة الإستراتيجية والاستدلال التكيفى، والذى يحتاج إلى فرصة لتبادل الإستراتيجيات المختلفة للحلّ، واستكشاف ممارسات الحلّ البديل.

وأوضح ريجان (Regan, 2012, 37-39) مجموعة من الأسس التى يتوجب على المعلم أن يراعيها عند تدريسه للرياضيات لتنمية مكونات البراعة الرياضية، منها: توظيف اليدويات التكنولوجية بطريقة مناسبة، وتوظيف إستراتيجيات لحلّ المشكلات والتمثيلات الرياضية، ودعم الترابطات بين المفاهيم الرياضية والإجراءات، وتوظيف المهام الإثرائية، وتفعيل التعلم التعاونى والاستقصائى، ومراعاة مبادئ التعلم البنائى، القائم على المعرفة السابقة، وتشخيص المفاهيم الخاطئة ومناقشتها، وتصميم أسئلة فعالة.

وبينما اقترح كل من خالد المعثم وسعيد المنوفى (٢٠١٤، ١٨-٢٥) بعض الأفكار التدريسية، من أجل تنمية البراعة الرياضية، منها:

١. توظيف المهام الرياضية الفاعلة: تتصف المهام الرياضية التى يقوم معلم الرياضيات بتوظيفها بأنها: ذات معنى رياضى فى واقع الحياة، وأن تكون قائمة على اهتمامات التلاميذ وخبراتهم، وأن تراعى الفروق الفردية لدى التلاميذ فى تعلم الرياضيات، وأن تكون موجهة لتنمية معارف التلاميذ ومهاراتهم، وأن تجعل التلاميذ يتشاركون بإيجابية فى أنشطة الرياضيات، وأن تثير التلاميذ لعمل الترابطات بين الأفكار الرياضية، وأن تستدعى حلّ المشكلات والتفكير الرياضى، وتعزّز التواصل والتطوير التعامل فى الرياضيات.

٢. توفير فرص التعلم: ويقصد بها توفير الظروف التى يسمح للتلاميذ للانخراط فى المهام الرياضية، مثل: العمل مع المشكلات وجمع البيانات واستكشاف المواقف والاستماع إلى الشروح و قراءة النصوص الرياضية واستخدام التبرير والتفسير والتأمل.

٣. إدارة دروس الرياضيات: وتتضمن قيام المعلم بتنسيق درسه عن طريق: طرح أسئلة ومهام تتحدى تفكير التلميذ، والاستماع بعناية إلى أفكاره، والطلب من التلاميذ تبرير أفكارهم وتفسيرها، والمتابعة الدقيقة للأفكار التى يأتى بها التلاميذ إلى صفوفهم.

٤. تطوير المواد التعليمية: وتتضمن عرض الكتاب للموضوعات الحديثة والأكثر تقدماً، ويجب تنمية تلك الموضوعات بعمق بدلاً من تكرار الموضوعات فى كل عام، ويجب أن تدمج المواد التعليمية مع أنشطة وإستراتيجيات، بحيث تدعم المعلمين فى مساعدة التلاميذ ليصبحوا بارعين

فى الرياضيات، ويجب أن تدعم فهم المعلمين لطبيعة تفكير التلاميذ وأخطائهم، وفهم الأساليب التدريسية الفعالة والداعمة.

ويتفق الباحثون مع كل من جينيفر (Jennifer, 2007) وخالد المعثم وسعيد المنوفى (٢٠١٤) فى ضرورة توظيف المهام الرياضية الحقيقية (المحسوسة) وذلك من خلال الاهتمام ببيئة التلاميذ المحيطة واستخدامها كنموذج لتعلم الرياضيات، بالإضافة إلى اقتراح ريجان (Regan, 2012) فى ضرورة توظيف التكنولوجيا فى تعليم الرياضيات.

المحور الثانى: النمذجة الرياضية Mathematical Modeling:

لسنوات عديدة ساد الاعتقاد لدى كثير من التلاميذ، بأن الرياضيات التى يتعلمونها فى مدارسهم هى لغة التعقيد والرموز، ويعود ذلك لاقتصار مناهج الرياضيات المدرسية على الجانب المجرد لها (البحت)، متجاهلة الجانب الحقيقى (العملي)، فقد أصبحت مادة الرياضيات تمثل عبئاً ثقيلاً على كاهل التلاميذ، بل أصبحت تشكل "كابوساً" يؤرقهم، ونتيجة لذلك ذهبت العديد من المدارس والجامعات، نحو تفعيل الجانب العملى (التطبيقي) لها؛ لإبراز الجانب الأكثر أهمية وواقعية للرياضيات، وتصحيح الرؤية نحو الرياضيات كأداة مفيدة فى حياتنا العملية، وهو ما بات يعرف بمصطلح "الرياضيات التطبيقية".

أولاً: الرياضيات التطبيقية Applied Mathematics:

على الرغم ما يعتقده البعض بأنه لا يوجد مجال معرفى قائم بذاته يمكن أن يطلق عليه "الرياضيات التطبيقية" ، إلا أنه يمكن القول بأن الرياضيات التطبيقية تعنى: استخدام الرياضيات البحته (المجردة) فى العالم الحقيقية (المادي)، واستخدام قواعد الرياضيات التطبيقية؛ لدراسة المواقف فى حياتنا اليومية (رفعت المليجى، ٢٠٠٩، ٣٩).

يعدّ توظيف تطبيقات الرياضيات واستخداماتها فى الحياة أمراً بالغ الأهمية، ويكون ذلك بإغناء المناهج بالمسائل الحقيقية (الحياتية) لمساعدة التلاميذ على فهم المحيط المادى الذى يعيشون فيه، والقدرة على تفسير بعض ما يشاهدونه، وحلّ المشكلات وأن تطبيق ما يتعلمونه فى مادة الرياضيات، يزيد من تقديرهم لها وينبههم إلى قوتها وعمق أثرها فى حياتنا (فريد أبوزينة وعبدالله عبابنة، ٢٠١٠، ٢٥).

إن القيمة الحقيقية للتطبيقات الرياضية تظهر بشكل واضح عندما يتّم اشتقاقها من الواقع الذى يحيط بالتلاميذ فى حياتهم اليومية، أو من المجتمع الذى يعيشون فيه، ومن هنا يكون من المهم أن يتعلم التلاميذ ويتدربوا على ترجمة الواقع الحياتى والنماذج المحيطة بهم إلى صيغ رياضية مناسبة تمكنهم

من فهم وتفسير العديد من الظواهر الحياتية، وهو ما يطلق عليه بالنمذجة الرياضية (حسن الجندى، ٢٠١٤، ٥٣).

ثانياً: مفهوم النمذجة الرياضية:

تعرف النمذجة الرياضية بأنها: تطبيقات الرياضيات يتمّ من خلالها تحويل الموقف أو المشكلة الحياتية إلى مسألة رياضية وحلها، والقيام باختبار تلك الحلول على الموقف الحياتى واختيار أفضل الحلول لها (فايز مينا، ٢٠٠٦، ٢١٧).

ويرى رفعت المليجى (٢٠٠٩، ٣٩-٤٠) بان النمذجة الرياضية تعدّ بمثابة أساس الرياضيات التطبيقية، التى تهدف إلى تطبيق الرياضيات المجردة فى العالم الحقيقى، للوصول إلى إيجاد حلولاً للعديد من القضايا والمواقف المتصلة بواقعنا الحياتى.

ويعرف محمد عبدالفتاح (٢٠١٤، ١١) النمذجة الرياضية، بأنها: عملية تمثيل لمشكلات حياتية حقيقية بتمثيلات رياضية فى محاولة لفهم تلك المشكلات، وإيجاد حلولاً لها.

وينظر إلى النمذجة الرياضية بأنها: محاكاة مشاكل العالم الحقيقى وفق الشروط الرياضية، من خلال إيجاد حلولاً لتلك المشكلات، باستخدام نموذج رياضى يمكن التعامل معه بصورة أبسط من تعقد المشكلة فى العالم الحقيقى، وبعد ذلك ترجمة الحلول فى سياق العالم الحقيقى (Ang Keng, 2001, 67).

ويعرف كان وكايل (Kahn & Kyle, 2002, 16) النمذجة الرياضية بأنها: العملية التى تتضمن ترجمة مشكلة الحياتية من العالم الحقيقى إلى تمثيل رياضى بهدف الوصول إلى صيغة رياضية تمكننا من حلّ المشكلة الرياضية وترجمتها فى سياق الحياة والواقع.

وبناءً على ما ورد فى التعريفات السابقة، نستنتج اتفاقها بأن النمذجة الرياضية تتضمن مجموعة من الإجراءات الهادفة لتحويل المشكلات الحياتية إلى تمثيل رياضى (نموذج رياضي) للمساعدة فى إيجاد الحلول المناسبة وترجمتها فى سياق الواقع الحقيقى، ويتفق الباحثون مع كل من: فايز مينا (٢٠٠٦) ورفعت المليجى (٢٠٠٩) فى وصف النمذجة الرياضية بأنها: أساس علم الرياضيات التطبيقية، والهادفة لتطبيق الرياضيات المجردة فى العالم الواقع.

وتعرف النمذجة الرياضية **إجرائياً، بأنها:** قيام تلميذ الصف السادس الأساسى بحلّ المشكلة الرياضية الحقيقية، من خلال معالجة (النموذج الحقيقي) بهدف اشتقاق (النموذج الرياضي) والقيام بمحاولة إيجاد الحلول الرياضية الممكنة، مع ربط النتائج التى يحصل عليها مع (النموذج الحقيقى).

ويمكن الإشاره إلى أن تعدد أنماط النمذجة الرياضية وأشكالها، بناءً على المحتوى الرياضى الذى تعالجه، حيث ترتبط بالهندسة والإحصاء وبحوث العمليات والبرمجة الخطية والديناميكية والتحليل العددى، وقد اختار الباحثون شكلاً مبسطاً للنمذجة، وهو النمذجة الرياضية الحسّية (المرئية) كأساس لبناء البرنامج التعليمى، كونها الأقرب للمرحلة العمرية لتلاميذ الصف السادس الأساسى، بالإضافة إلى أنها متوافقة مع التطبيقات التكنولوجية الحديثة.

ثالثا: مراحل النمذجة الرياضية وعملياتها:

حددت الأونروا (٢٠١٥، ٥٤) مجموعة من مراحل النمذجة الرياضية، وهى:

١. صياغة فرضيات النمذجة: وتتضمن تحديد العناصر التى ستهتم بها، والعناصر التى سيتم تجاهلها، ونهدف هنا إلى تبسيط المشكلة الرياضية، وتحديد المتغيرات المرتبطة بها.

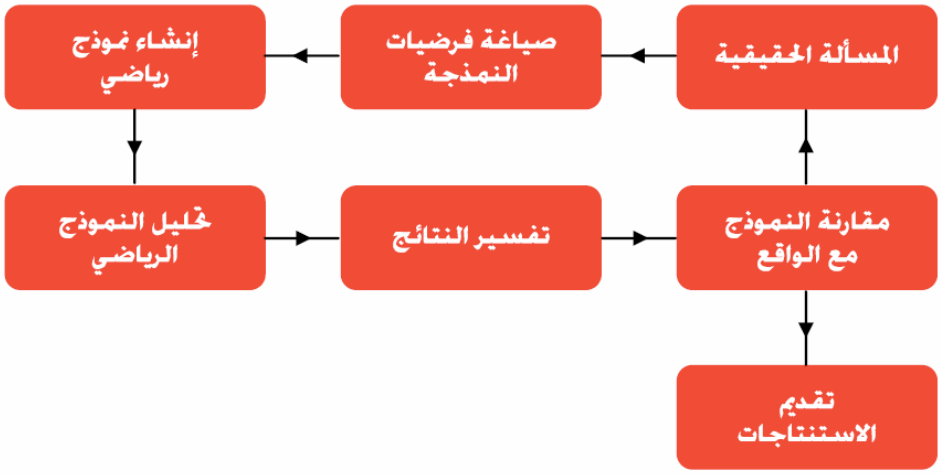
٢. إعداد النموذج الرياضى: وتتضمن هذه المرحلة توليد البيانات، التى يمكن استخدامها لإيجاد العلاقات فى الرياضيات، ويكون ذلك من خلال انتاج رسم يوضح العلاقات الرياضية ضمن تلك البيانات.

٣. تحليل النموذج الرياضى: وتشمل استخدام النموذج الرياضى لتوليد نتائج يمكن استخدامها للوصول إلى حلّ للمشكلة الرياضية.

٤. تفسير النتائج ومقارنتها بالواقع: وتتضمن ترجمة النتاجات المحسوبة فى عالم الرياضيات ضمن سياق المشكلة الرياضية، والتأكد من صحة تلك النتاجات فى العالم الحقيقى.

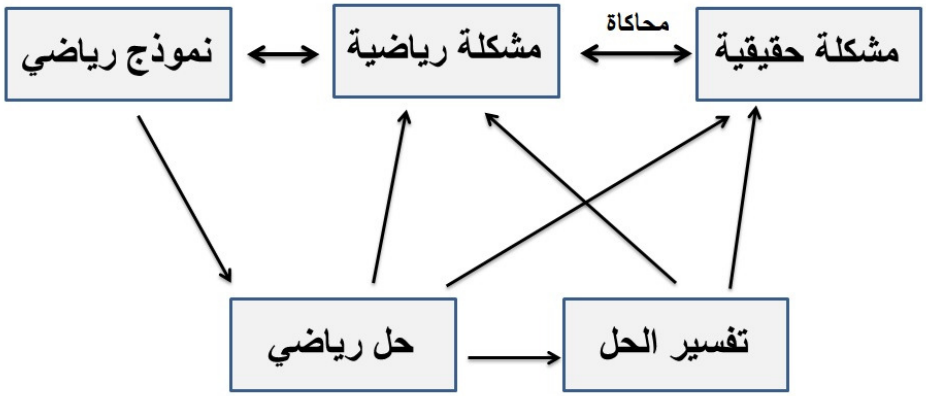
٥. تقديم الاستنتاجات: وتتضمن الرسومات البيانية والأشكال والمعادلات فى الرياضيات، حيث توفر هذه المرحلة فرصة ممتازة، لتطوير المهارات فى مجال التواصل.

والشكل (١) يوضح المراحل السابقة:



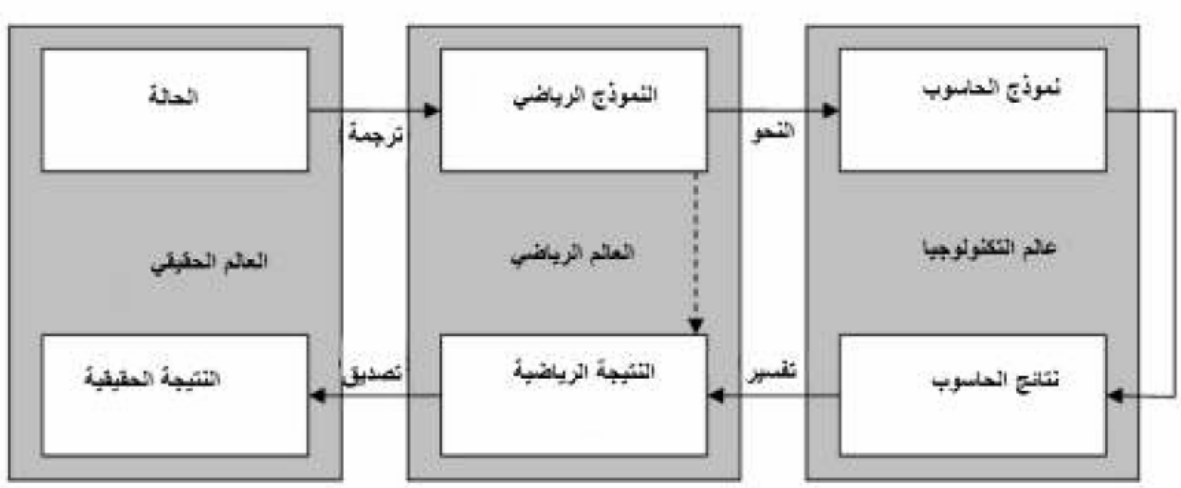
شكل (١) مراحل النمذجة الرياضية، كما حددتها الأونروا (٢٠١٥)

وقدم محمد سعيد (٢٠١٦، ٢٤٤) نموذجاً يحتوى على خمسة مراحل متشابكة للنمذجة الرياضية (المشكلة الحقيقية، المشكلة الرياضية، نموذج رياضى، حلّ رياضى، تفسير الحلّ) والشكل (٢) يوضح تلك المراحل:



شكل (٢) مراحل النمذجة الرياضية كما حددها محمد سعيد (٢٠١٦)

ويرى سيلير وجريفراث (Siller & Greefrath, 2010, 2137) أن استخدام التكنولوجيا فى تعليم الرياضيات تمكّن التلاميذ من إدراك المواقف الحقيقية بصورة صحيحة وتعزّز قدرتهم على السير فى مراحل النمذجة الرياضية ومناقشتها، وقد اقترح لذلك نموذجاً يتكون من ثلاثة عوالم، وهى: (الحقيقى، الرياضى، التكنولوجيا) والشكل (٣) يوضح تلك المراحل المقترحة:



شكل (٣) مراحل النمذجة الرياضية كما حددها سيلير وجريفراث (2010)

وقد أوضح سيلير وجريفراث (Siller & Greefrath, 2010, 2137) مصطلح عالم التكنولوجيا، بأنه: النموذج الذى يتمّ من خلاله حلّ المشكلات الحقيقية، بمساعدة التكنولوجيا الرقمية، وقد اقترحا عدة تقنيات، منها: تطبيقات الجبر المحوسب، والهندسة التفاعلية/الديناميكية، والجداول البيانية والإحصائية.

وبناءً على ما سبق، يمكن تحديد ثلاث مراحل أساسية للنمذجة الرياضية فى ضوء استخدام التكنولوجيا الرقمية وهى:

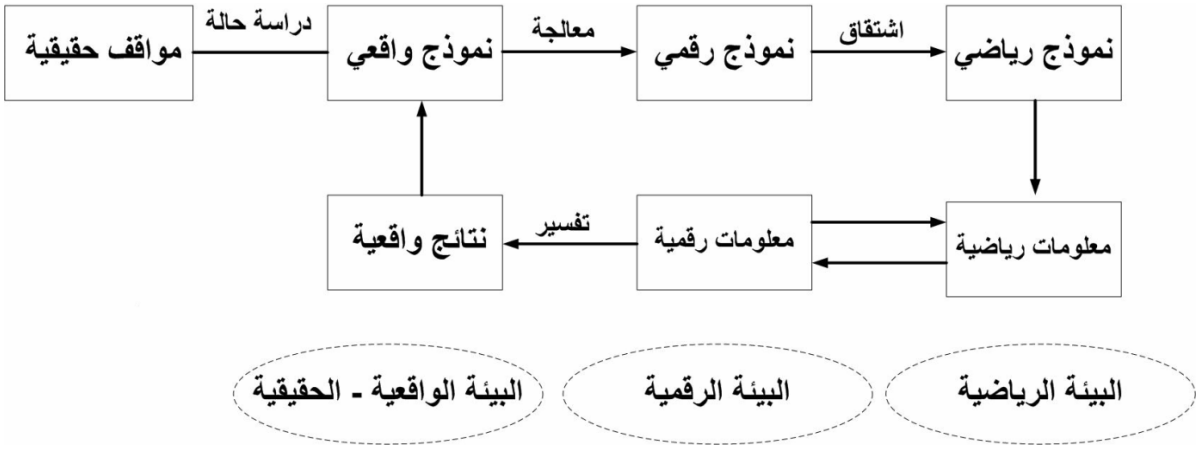
١. البيئة الحقيقية ويقصد بها: دراسة مجموعة من المواقف الحياتية (الحقيقية) التى ترتبط فيما بينها بمجموعة من الخصائص والوظائف، لإعطاء مسمى لها وتحديد الخصائص المشتركة ووضع تصور للنموذج الرياضى المرتبط بها، وتتضمن هذه المرحلة، تحديد النموذج الحقيقى، ومجموعة من المشكلات الحياتية المرتبطة بذلك النموذج.

٢. البيئة الرقمية ويقصد بها: استخدام الأدوات والخصائص التى توفرها التطبيقات الرقمية لتمثيل النموذج الحقيقى بصورة رقمية وهو خاص بتطبيقات الحاسوب التفاعلى أو إضافة التأثيرات على النموذج الحقيقى لإنتاج النموذج (الحقيقى – الرقمي) وهو خاص بتطبيقات الواقع المعزّز، وقد أطلق الباحثون على النموذج المشتق من هذه المرحلة اسم (النموذج الرقمي).

وتهدف البيئة الرقمية بشكل أساسى، إلى الاستفادة من الميّزات التى توفرها التطبيقات الحديثة، من خلال قوتها فى تمثيل المواقف الرياضية الحقيقة (القوة التصويرية أو المرئية) بالإضافة إلى توضيح العلاقات والخصائص المرتبطة بالنموذج الحقيقى، مما يساهم فى إدراك التلاميذ لتفاصيل النموذج الحقيقى، وفى مساعدتهم على اكتشاف طريقة مناسبة لحلّ المشكلة.

٣. البيئة الرياضية ويقصد بها: تمثيل الموقف الحقيقى بصورة/بصيغة رياضية؛ لتحديد النموذج الرياضى، من أجل استخدام المفاهيم الرياضية وتعميماتها ومهاراتها فى إيجاد الحلول للمشكلات

شكل (٤) يوضح مراحل النمذجة الرياضية فى ضوء استخدام التطبيقات الرقمية:



شكل (٤) مراحل النمذجة الرياضية فى ضوء استخدام التطبيقات الرقمية كما حددها الباحثون

المحور الثالث: الحاسوب التفاعلى Interactive Computer:

يعتقد كثير من التربويين أن الحاسوب بجانبيه: المادى والبرمجى، يُعدّ من أفضل الطرق المستخدمة فى تعليم الرياضيات؛ لما يمتلكه من أدوات وتقنيات مختلفة، تؤهله للقيام بدور فعال فى

تعليم الرياضيات، وإضفاء حيوية وواقعية، وتجديد الطرق فى التعليم، ومقدرته على تطبيق جميع الإستراتيجيات التعليمية المختلفة، والمساعدة على شدّ انتباه الطلبة، وتطبيق رؤية عصرية وواقعية للمشكلات التربوية التى يواجهونها.وسوف يتناول مفهوم الحاسوب التفاعلى، بنوع من التفصيل فيما يأتى:

أولاً: مفهوم الحاسوب التفاعلى:

يعرف نبيل عزمى (٢٠١٥، ١٤) مفهوم الحاسوب التفاعلى بأنه: منظومة قائمة على تطبيقات الحاسوب، تهدف إلى دعم التعليم والتعلم فى المجال التربوى، ويكون التفاعل ضمن تلك المنظومة بين المتعلم وتطبيقات الحاسوب، أو بين المعلم وتطبيقات الحاسوب، أو بين المعلمين والمتعلمين باستخدام أدواتها وعناصرها.

وتُعرف تطبيقات الحاسوب التفاعلى، بأنها: مجموعة من مصادر المعلومات (مواد تعليمية) يتّم إعدادها وبرمجتها بواسطة الحاسوب وذلك من أجل تعلّمها، وتتميز بدعمها لخاصية التعزيز الإيجابى لاستجابات المستخدمين (محمد الحيلة، ٢٠٠٤، ٣٦٤).

وعرفها عبدالرحمن أبوسارة (٢٠١٦، ١١٢) بأنها: تقنيات حاسوبية تمّ تطويرها بإحدى لغات البرمجة، تحتوى على مجموعة من الأدوات والإمكانيات والخيارات، التى تتيح للمستخدم (المعلم/التلميذ) من إدخال البيانات ومعالجتها بأساليب مختلفة وتخزينها واسترجاعها بطرق متعددة.

ونستنتج مما سبق، اتفاق كل من نبيل عزمى (٢٠١٥) وعبدالرحمن أبوسارة (٢٠١٦) فى تعريف الحاسوب التفاعلى بأنه: مجموعة من التطبيقات/التقنيات التى تعمل بواسطة الحاسوب، بينما يرى محمد الحيلة(٢٠٠٤) بأنها مصادر معلومات يتّم برمجتها بواسطة الحاسوب، بينما اتفقت جميع التعريفات السابقة بأن الهدف من تطبيقات الحاسوب التفاعلى هو مساعد التلاميذ على التعلم، بالإضافة إلى امتلاكها لخاصية التفاعل الإيجابى.

وقد اختلفت التعريفات السابقة فى توصيف مفهوم التفاعل بواسطة تطبيقات الحاسوب، حيث يرى نبيل عزمي(٢٠١٥) بأن التفاعل يكون من خلال الأدوات التى توفرها التطبيقات وتنقسم إلى ثلاثة أشكال: بين المتعلم وتطبيقات الحاسوب، أو بين المعلم وتطبيقات الحاسوب، أو بين المعلمين والمتعلمين، بينما يرى عبدالرحمن أبوسارة (٢٠١٦) بأن التفاعل يمثل الأدوات والإمكانيات التى تتيح للمستخدم (المعلم/التلميذ) من إدخال البيانات ومعالجتها بأساليب مختلفة وتخزينها واسترجاعها بطرق متعددة، بينما يرى محمد الحيلة (٢٠٠٤) بأن التفاعل هو التعزيز الإيجابى لاستجابات المتعلمين.

ويرى الباحثون بأن التفاعل يمثل مجموعة الأدوات والإمكانات التى تتيح للمستخدم من إدخال البيانات ومعالجتها بأساليب مختلفة وتخزينها واسترجاعها بطرق متعددة، بالإضافة إلى ما ذهب إليه

نبيل عزمي(٢٠١٥) بأن التفاعل يأخذ ثلاثة أشكال، وهى: بين المتعلم وتطبيقات الحاسوب، أو بين المعلم وتطبيقات الحاسوب، أو بين المعلمين والمتعلمين.

ويعرف الحاسوب التفاعلى إجرائياً بأنه: تقنيات تعمل على أجهزة الحاسوب، تتيح لتلميذ الصف السادس الأساسى، من تكوين نماذج حاسوبية تحاكى النماذج الحقيقية، مع إمكانية معالجتها، ومشاركتها داخل الفصول الدراسية وخارجها، بالإضافة إلى إمكانية استرجاع تلك النماذج بطرق وأشكال مختلفة.

ثانيا: بيئات التعلم عالية التفاعل:

ساهم التطور التكنولوجى الكبير فى علوم الحاسوب على إضفاء خاصية (التفاعل) بين التلميذ والمحتوى الحاسوبى البرمجى، والذى أدى إلى إيجابية التعلم بين التلميذ ونشاطه مع التطبيقات، وقد شكل هذا البعد متغيراً جديداً لم يكن موجوداً فى الوسائل التعليمية، التى سبقت استخدام الحاسوب فى التعليم (دلال إستيتية وعمر سرحان، ٢٠١٧، ٣١٢).

يُعرف التفاعل فى بيئات التعلم المختلفة على أنه سلوك متبادل بين أكثر من طرف بصورة يؤثر كل منهما على الآخر، فالتفاعل يعدّ مهماً فى بناء بيئة التعلم، حيث يؤدى إلى تفاعل التلميذ مع كل من: المعلم والمنهج والزملاء، وإلى بناء علاقة تبادلية مباشرة (تفاعلية) بين التلميذ وبيئة التعلم، وهذه التفاعلات المباشرة تتمركز حول التلميذ (حسن شحاتة، ٢٠١٦، ٩٦).

وتعدّ خاصية التفاعل أهم ميزات استخدام أجهزة الحاسوب فى عملية التعلم والتعليم، فالعلاقة بين التفاعل الإيجابى والتعلم علاقة أساسية متجذرة، وإن استخدام الحاسوب فى التعليم من خلال التطبيقات التعليمية، يزود التلميذ بزخم كبير من التفاعل الحقيقى يفوق أى طريقة تعليمية أخرى تمّ اكتشافها حتى الآن، باستثناء بعض الحالات المحدودة (جامعة القدس المفتوحة، ٢٠١٥، ١٢١).

وقد اتسعت النظرة الشاملة لبيئات التعلم التفاعلية مع انتشار أجهزة الحاسوب وتطبيقاتها، عن طريق ربط المواد التعليمية المعروضة مع إمكانيات الحاسوب وتقنياته، وتزامن ذلك مع ظهور طرائق جديدة لمتابعة تقدم التلاميذ وتقديم البنية المعرفية بحيث تعيد تجميع مكونات المنهج مع خبرات المتخصصين والخبراء والمعلمين فى هذا التخصص العلمى (نبيل عزمى، ٢٠١٥، ١٥)، ويمكن القول بأن بيئات التعلم التفاعلية القائمة على تطبيقات الحاسوب قد استطاعت الجمع بين: إمكانيات الحاسوب وأدواته، وخبرات المتخصصين والخبراء فى المجال العلمى، والمعلم ودوره الأساسى فى عملية التعليم، والمنهج وما يحتويه من مكونات.

ويمكن القول بأن خاصية التفاعل بتطبيقات الحاسوب هى خاصية نسبية تختلف درجتها من تطبيق إلى آخر، حيث ذهبت معظم تطبيقات الحاسوب إلى استخدام أدوات تعزّز نمط "تفاعل التلميذ مع

المحتوى" متجاهلة الأنماط الثلاثة الأخرى (تفاعل التلميذ مع المعلم – تفاعل التلميذ مع التلاميذ الآخرين – تفاعل التلميذ مع نفسه) حيث أوكلت هذه المهمة للمعلم ولدوره فى الإشراف والتوجيه على عملية التعلم والتعليم داخل الصف وخارجه.

ثالثاً: تطبيقات الحاسوب التفاعلى فى تعليم الرياضيات: جيوجبرا Geogebra إنموذجاً:

تتنوع تطبيقات الحاسوب التفاعلى فى تعليم الرياضيات، ويعود ذلك لتعدد لغات البرمجة واختلاف مستوياتها، ولوجود شركات مختصة فى مجال التعليم وكوادر مؤهلة فى الحاسوب والرياضيات، فأنتج ذلك مجموعة من تطبيقات الحاسوب التفاعلى التى غطت جميع جوانب الرياضيات، وأصبحت هذه التطبيقات تتنافس فى توفير أدوات برمجية فعالة، تختص بموضوعات محددة، فهناك تطبيقات مختصة بالرسم البيانى، وأخرى مختصة بالإحصاء أو الهندسة، وهذه التطبيقات تتلاءم مع المستويات العمرية المختلفة، فمثلاً تطبيق (جيوجبرا GeoGebra) يكون ملائماً للمرحلّة الابتدائية والأساسية بينما تطبيق (ميبل Maple) يكون ملائماً للمرحلّة الثانوية والجامعية، بينما هناك تطبيقات أخرى تغطى نفس المحتوى التعليمى، ونفس المرحلة العمرية، مثل: تطبيق جراف، وتطبيق جرافماتيكا، وتطبيق جيوجبرا، وجميعها مخصص للمرحلة الأساسية، وكذلك تغطى نفس الموضوعات، وهى: الهندسة والقياس.

وتأتى التطبيقات المختصة بتعليم الرياضيات، على هيئة حزم يمكن تثبيتها على أجهزة الحاسوب، أو عن طريق خدمات يتم تقديمها عبر الأنترنت (حوسبة سحابية)، والتى صممت لدعم تعليم المفاهيم الرياضية، والتعميمات والمهارات، وتحتوى بعض التطبيقات على مجموعة من الميزات التى تمكن التلاميذ من القيام بالكثير من المعالجات الافتراضية، مثل: (التحريك والتجميع والترتيب) بهدف رؤية العمليات الرياضية بصرياً، بالإضافة إلى ذلك تمكن بعض تطبيقات التلاميذ من القيام بتقديم الرسوم البيانية التفاعلية (الإزاحة والانعكاس والدوران)، وفى مجال الهندسة تمكّن بعض التطبيقات التلاميذ من معالجة الأشكال الهندسية (إضافة وتحديد وإخفاء وقياس) واختبار النظريات الرياضية ذات الصلة (جودى دوفى وجين ماكدونالد، ٢٠١٨، ٢٨١).

ويعدّ الجيوجبرا Geogebra تطبيق حاسوبى تفاعلى، مبنى على الأسس والمعايير العالمية لتعليم الرياضيات، يهدف لدعم المناهج الدراسية المعتمدة من وزارة التربية والتعليم، وليس بديلاً عنها، ومصمم بطريقة تمكّن التلميذ من تطوير الفهم العميق للنظريات والحقائق الرياضية، من خلال التطبيق العملى واكتشاف المفاهيم بنفسه، ويغطى هذا التطبيق معظم الجوانب الرئيسية التى حددها المجلس الوطنى لمعلمى الرياضيات بالولايات المتحدة الأمريكية، مثل: الهندسة والقياس والجبر والإحصاء (عبدالواحد الكبيسى، نادية العاملى، ٢٠١٨، ٦٥).

ويتيح تطبيق الجيوجبرا المجال أمام التلاميذ لتعلم الهندسة والقياس بصورة ديناميكية، تمكنهم من إنشاء النقاط والمتجهات والقطاعات والخطوط والمضلعات، وكذلك القطوع المخروطية، بالإضافة إلى إمكانية التعديل على الأشكال بصفة مباشرة تحاكى الواقع، وإيجاد المشتقات والتكامل، مع قدرته على التعامل مع المتغيرات والقيم المختلفة بصورة إحصائية (GeoGebra Institute, 2013, 8).

إمكانيات التطبيق واستخداماته:

يمكن النظر فى تطبيق (الجيوجبرا) بوصفه أداة ذات إمكانيات علمية مختلفة، وهناك ثلاث إمكانيات رئيسية للبرنامج لتعليم الرياضيات وتعلمها وهى (عبدالواحد الكبيسى ونادية العاملى، ٢٠١٨، ٦٥):

١. أداة تمثيل وعرض، وتتضمن: التمثيل الجبرى والهندسى والعددى والديناميكى بالإضافة إلى القدرة على الربط بين عدة تمثيلات مختلفة.
٢. أداة نمذجة، وتتضمن: أبنية ديناميكية تفاعلية، والتعلم عن طريق الاكتشاف والتجربة.
٣. أداة كتابية، وتتضمن: بناء المواد التعليمية ومشاركتها فى مجتمع المعلومات (الإنترنت).

ويرى عبدالرحمن أبو سارة وصلاح ياسين (٢٠١٨، ١٠٠٩) بان إمكانيات تطبيق (الجيوجبرا) العملية تتلخص فيما يأتى:

١. يوفّر البرنامج بيئة هندسية ديناميكية/تفاعلية للتلاميذ.
٢. القدرة على تمثيل الأشكال الهندسية ببيئة ثلاثية الأبعاد.
٣. القدرة على إجراء التمثيل الإحصائى وتحليل البيانات.
٤. يمكّن التلميذ من تمثيل الاقترانات وإجراء التحويلات الهندسية بشكل دقيق.
٥. إمكانية حساب التفاضل والتكامل.

المحور الرابع: الواقع المعزّز Augmented Reality:

يشهد عصرنا الحالى تسارعاً مذهلاً فى التطبيقات التكنولوجية الحديثة، والتى بدأت تظهر وكأنها تجسيد للتصورات المرتبطة بالخيال العلمى من جهة وبالذكاء الآلى من جهة أخرى، بحيث جعلت أحلام الباحثون عن تصميم أنظمة حاسوبية مصغرة تكون جزءاً متصلاً مع البيئة المحيطة بها، وتكون قادرة على التفاعل معها بصورة تلقائية، دون الحاجة إلى تدخل أو تحكم مباشر من الإنسان فى عملها ومهامها، وتعدّ تكنولوجيا الواقع المعزّز أحد أهم التصورات الحديثة حول استخدام التكنولوجيا الرقمية فى التعليم.

أولاً: مفهوم الواقع المعزّز:

بالرجوع إلى العديد من الأدبيات السابقة، نلمس تعدد المصطلحات المرادفة لهذا المفهوم، مثل: (الواقع المدمج – الحقيقة المعزّزة – الواقع المضاف – الواقع المحسن) وغيرها من المصطلحات ذات العلاقة، وبحقيقة الأمر فإن جميع تلك المصطلحات تدل على الواقع المعزّز، ويرى ابراهيم الفار وأمير شاهين (٢٠١٨، ٤١) بأن سبب هذا الاختلاف يعود إلى حداثة هذا المفهوم وإلى اختلاف الألفاظ طبيعية الترجمة لمصطلح الواقع المعزّز باللغة الإنجليزية (Augmented Reality)، وسوف يتناول الباحثون أهم التعريفات التى تتناول هذا المفهوم:

يعرّف ويليامز (٢٠١٧، ١٢) الواقع المعزّز، بأنه: التكنولوجيا الرقمية التى تقوم بإضافة نماذج افتراضية للعالم الحقيقى فى الوقت الحقيقى، بحيث تساهم فى تعزيز معلوماتنا عن البيئة من حولنا.

ويعرّف هيثم حسن (٢٠١٨، ١٥٤) الواقع المعزّز، بأنه: عرض نماذج افتراضية مصممة عن طريق تطبيقات الحاسوب بشكل مباشر أو غير مباشر فى العالم الحقيقى، بحيث تكون المدخلات عبارة عن بيانات رقمية وصورية وأصوات ومخططات، وتكون المخرجات إصداراً معدلاً للواقع الحقيقى.

ويعرّف ابراهيم الفار وأمير شاهين (٢٠١٨، ١٣٠) الواقع المعزّز، بأنه: التكنولوجيا القائمة على دمج العالم الحقيقى بالعالم الافتراضى، عن طريق إضافة العناصر والبيانات الرقمية بشكل متزامن ومتفاعل مع الواقع الحقيقى، بحيث تعزّز إمكانيات المتعلم وتساعده على اتخاذ القرارات.

وبعبارة أخرى، تقوم تقنية الواقع المعزّز بإنشاء عرضاً مركباً للمستخدم يدمج ما بين الواقع الحقيقى، الذى ينظر إليه المستخدم والنموذج الرقمى، الذى تمّ إنشاؤه بواسطة الحاسوب والذى يهدف إلى تعزيز النموذج الحقيقى بمعلومات إضافية، من أجل تحسين الإدراك الحسّى للعالم الحقيقى، الذى يراه ويتفاعل معه المستخدم (خالد يوسف ومصطفى صوفى، ٢٠١٨، ١٠٨).

ويعدّ الواقع المعزّز شكل من أشكال التقنية، الذى يدمج العالم الحقيقى من خلال المحتوى الإلكترونى، حيث يسمح بإضافة المحتوى الرقمى إلى العالم الحقيقى بشكل يساعد التلميذ على إدراك الواقع، مثل: الأشكال ثنائية الأبعاد وثلاثيتها، وملفات الصوت والفيديو ومعلومات نصّية كما يمكن لهذه التعزيزات أن تعمل على معرفة الأفراد وفهم ما يجرى حولهم (Yuen, Yaoyune & Johnson, 2011, 120).

ويعرّف لارسن وآخرون (Larsen et al., 2011, 41) الواقع المعزّز بأنه: إضافة بيانات رقمية يتم تركيبها وتصويرها باستخدام طرق عرض رقمية للواقع الحقيقى للبيئة المحيطة بالمتعلّم،

ومن منظور تكنولوجى، غالباً ما يرتبط الواقع المعزّز بالأجهزة الإلكترونية، التى يمكن ارتداؤها، أو أجهزة ذكية يمكن حملها.

وبناءً على التعريفات السابقة، نستنتج اجماعها على أن الواقع المعزّز يعدّ تقنية قائمة على دمج العالم الواقع بالواقع الافتراضى، ويكون ذلك من خلال إضافة بيانات رقمية (افتراضية) فى البيئة الحقيقية، بهدف تعزيز فهم التلميذ للبيئة المحيطة به.

ويعرف **الواقع المعزّز إجرائياً**، بأنه: تقنيات تقوم بدمج العالم الافتراضى (النموذج الرقمي) مع العالم الحقيقى (النموذج الحقيقي) ليظهر العالم الحقيقي/ الرقمى (نموذج معزّز) وذلك بواسطة الأجهزة الذكية، مما يجعل تلاميذ الصف السادس الأساسى، يتفاعلون مع المحيط الخارجى من خلال المحتوى الحقيقى الرقمى.

ثانيا أنواع الواقع المعزّز:

يشير عبدالله عطار وإحسان كنسارة (٢٠١٥، ١٨٧) إلى أن هناك نوعين أساسيين لعمل تكنولوجيا الواقع المعزّز وهما:

- **النوع الأول: العلامات Markers وهى:** (أشكال مميزة ثنائية وثلاثية الأبعاد) تتيح للكاميرا التقاطها وتمييزها لعرض معلومات رقمية مرتبطة بها.
- **النوع الثانى: الموقع الجغرافى:** ولا تعتمد هذه الطريقة على العلامات، بل تستعين بإحداثيات الكاميرا الجغرافية عن طريق الخدمة التى تقدمها GPS وتطبيقات تمييز الصورة لعرض المعلومات الرقمية المناسبة.

وتنقسم أنماط استخدام الواقع المعزّز القائم على العلامات Markers إلى طريقتين أساسيتين، هما:

١. الطريقة المستندة على المصادر المطبوعة (الورقية) التى تستخدم جنباً إلى جنب مع تطبيقات الواقع المعزّز، حيث ترتبط الصور التى تحتويها المواد المطبوعة بالعناصر من الواقع المعزّز، ويستطيع التطبيق القيام بعرض نسخة ثنائية أو ثلاثية الأبعاد، بحيث تمكّن المستخدم من التفاعل معها واستخدامها.

٢. الطريقة المستندة على البيئة، وذلك من خلال إضافة النماذج أو صور ثلاثية الأبعاد فى البيئة الحقيقية المحيطة بالمستخدم مع إمكانية تغيير موقعها أو وضعها، حتى يتمكن من تتبع البيئة واستشعار عمق العالم المادى، ويكون الواقع المعزّز فى هذه الحالة أكثر ملاءمة لنماذج كبيرة ثلاثية الأبعاد، ويمكن استخدامها بشكل فعال فى الألعاب بحيث توفر تجربة حقيقية مدهشة (ويليامز، ٢٠١٧، ٢٤-٢٥).

ويمكن القول بأن استخدام تكنولوجيا الواقع المعزّز المستندة على البيئة، تعدّ أكثر ارتباطا مع البيئة المحيطة من المستندة على المواد المطبوعة، إلا أنه يرى بأن التكنولوجيا المستندة على المواد المطبوعة هى أكثر واقعية فى البيئة المدرسية، وذلك يعود لعدة أسباب منها:

١. توفّر المصادر التعليمية المطبوعة، مثل: الكتب المدرسية والدليل التعليمى والوسائل التعليمية المرئية، مما يسهل على المعلمين توظيف تكنولوجيا الواقع المعزّز المستندة على المواد المطبوعة، وعلى التلاميذ من استخدام هذه التكنولوجيا والتفاعل معها.

٢. صعوبة توفر بيئة حقيقية يمكن استخدامها فى تكنولوجيا الواقع المعزّز المستندة على البيئة، كون هذه الطريقة تحتاج إلى بيئة مناسبة تحتوى على العلامات المميّزة، بالإضافة إلى حاجتها إلى أجهزة ذات مواصفات مرتفعة فى الكاميرا (المثبت البصرى، مستشعر العمق، فتحة العدسة) ومتطلبات إضافية، مثل: توفر خدمة الإنترنت بسرعة مرتفعة فى الخارج وحاجة التطبيق إلى وقت طويل والتى قد يصعب على إدارة المدرسة أو المعلمين توفير هذه المتطلبات.

وقد اعتمد فى هذا البحث على استخدام تكنولوجيا الواقع المعزّز القائم على العلامات Markers والمستند على المصادر المطبوعة، كونها أكثر ملاءمة وواقعية لتطبيقها فى البيئة المدرسية.

ثالثا تطبيقات الواقع المعزّز فى التعليم: Hp Reval إنموذجاً

ساهمت العديد من الشركات المتخصصة فى مجال التكنولوجيا مثل: شركة مايكروسوفت Microsoft وجوجل Google و اتش بى HP وغيرها فى تطوير العديد من تطبيقات الواقع المعزّز، والتى يحتاج عملها إلى توفر أجهزة ذكية (هاتف ذكى – جهاز لوحى) بالإضافة إلى محيط خاص يُمكن التلميذ من رؤية تلك الإضافات الرقمية خلال قيامه باستكشاف البيئة والأدوات المحيطة به.

ويعدّ تطبيق Hp Reval (AURASMA سابقاً) أحد التطبيقات الرائدة فى إنتاج تكنولوجيا الواقع المعزّز، والذى سيغير حتماً الطريقة التى ينظر إليها الناس نحو العالم، وأنماط التفاعل معه، فيتيح هذا التطبيق المجال أمام المستخدمين القيام بإنشاء ومشاركة تجارب الواقع المعزّز الخاصة بهم وخبراتهم، بصورة تتصف بالسهولة والبساطة، وفى مجال التعليم يمكن هذا التطبيق من ربط أنواع مختلفة من المحتوى الرقمى: (فيديو – صور – أشكال – مواقع إلكترونية) مع العلامات التى تحتويها المطبوعات، مثل: الكتب المدرسية أو على الجدران داخل الفصول الدراسية (هيفاء الحربى، ٢٠١٨، ١٤-١٥).

ولبيئة تطبيق Hp Reval، العديد من المزايا، منها:

١. إمكانية إضافة العديد من النماذج المعزّزة والتى يطلق عليها تسمية هالات (Auras) والتى تتضمّن: النماذج ثلاثية الأبعاد (3D Model) والحركة (Animation) والصوت (Audio) والصور (Image) والفيديو (Video) وروابط الإنترنت (URL).

٢. تطبيق مجانى، وهو متاح لجميع المستخدمين على اختلاف أعمارهم وتخصصاتهم.

٣. يتيح للمستخدمين إنشاء صفحة خاصة بهم (قناة)، وإضافة النماذج المعزّزة بصورة سهلة وسريعة، مع إمكانية التعديل فى وقت لاحق على النماذج المضافة.

٤. سهولة الاشتراك فى الصفحة التعليمية (القناة) وذلك بالضغط على الأمر متابعة (Follows) فقط، وبالتالى يستطيع التلميذ متابعة جميع النماذج التى يتمّ إضافتها لاحقاً.

٥. توفيره لخدمة الحوسبة السحابية والتى تمكّن التلاميذ من الوصول إلى النماذج، من مصادر الإنترنت المختلفة، بالإضافة إلى تقليل حجم البيانات على الأجهزة الشخصية، وذلك يعود إلى نقل المعالجة والتخزين من الأجهزة الشخصية إلى الخوادم الرئيسية (Server) لهذا التطبيق.

وبناءً على ما سبق، تم اختيار تطبيق Hp Reval كأحد تطبيقات الواقع المعزّز فى البحث.

الدراسات السابقة :

المحور الأول: دراسات تناولت النمذجة الرياضية وبعض مظاهر البراعة الرياضية:

هدفت دراسة **ويثلا** (Wethall, ٢٠١١) إلى التعرف على تأثير استخدام النمذجة الرياضية على تعلم الطلبة للرياضيات واتجاهاتهم نحوها، واتبعت الباحثة المنهج المختلط (النوعى والكمي)، وقد تكونت عينة الدراسة من (٧٧) طالباً من طلبة المرحلة الثانوية فى أمريكا، وقد استخدمت الباحثة ثلاث أدوات لجمع البيانات وهى: المقابلات والاستبيان والفيديو، وتمّ تحليل النتائج فى ضوء مكونات البراعة الرياضية، وتوصلت الدراسة إلى وجود أثر إيجابى للنمذجة الرياضية، فى حلّ المشكلات الرياضية، والاستعداد والقدرة لحلّ مشكلات جديدة، وإدراك السياقات التى تحدث فيها المواقف الحقيقية، والاستيعاب المفاهيمى.

وهدفت دراسة **سلمان الشرارى** (٢٠١٤) إلى تقصى فاعلية استخدام إستراتيجية النمذجة الرياضية، فى استيعاب التعميمات الرياضية وحلّ المسألة الرياضية، فى ضوء مفهوم الذات الرياضى، لدى معلّمى الرياضيات فى المملكة العربية السعودية، واتبع الباحث المنهج شبه التجريبى، وقد تكونت عينة الدراسة من (٦٠) معلماً من معلمى الرياضيات للمرحلة الثانوية، وتمّ تقسيم العينة إلى مجموعتين بالتساوى، إحداهما: مجموعة تجريبية، تمّ تدريبها وفق إستراتيجية النمذجة الرياضية، والأخرى

ضابطة، تدربت بالطريقة الاعتيادية، وقد استخدم الباحث اختبارين، الأول: استيعاب التعميمات الرياضية، والثانى: حلّ المسألة الرياضية، وقد توصلت الدراسة إلى فاعلية استخدام إستراتيجية النمذجة الرياضية، فى تنمية استيعاب التعميمات الرياضية وحلّ المسألة الرياضية، لدى معلمى المرحلة الثانوية فى المجموعة التجريبية.

وهدفت دراسة **رباب توبة (٢٠١٤)** إلى تقصى أثر استخدام إستراتيجية النمذجة الرياضية فى تنمية الاستيعاب المفاهيمى وحلّ المسألة الرياضية، لدى تلاميذ الصف السابع الأساسى، واتبعت الباحثة المنهج شبه التجريبى، وقد تكونت عينة الدراسة من مجموعتين، الأولى: تجريبية بلغ عددها (٣٨) تلميذة درسن وحدة الهندسة والقياس باستخدام إستراتيجية النمذجة الرياضية، والأخرى: ضابطة بلغ عددها (٣٨) تلميذة، درسن بالطريقة الاعتيادية، وقد استخدمت الباحثة اختبارى: الاستيعاب المفاهيمى، وحلّ المسألة الرياضية، وقد توصلت الدراسة إلى فاعلية استخدام إستراتيجية النمذجة الرياضية فى تنمية الاستيعاب المفاهيمى وحلّ المسألة الرياضية، لدى تلميذات المجموعة التجريبية.

وهدفت دراسة **محمد سعيد (٢٠١٦)** إلى تقصى فاعلية استخدام النمذجة الرياضية لتنمية المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحلّ المشكلات الهندسية لدى الطلاب والمعلمين، واتبع الباحث المنهج شبه التجريبى، وقد تكونت عينة الدراسة من مجموعتين، الأولى: استطلاعية بلغ عددها (٣٠) طالباً بهدف معرفة مستوى المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحلّ المشكلات الهندسية لديهم، والأخرى: تجريبية بلغ عددها (١٢) طالباً درسوا وفق اسلوب النمذجة الرياضية، وقد استخدم الباحث اختباراً من ثلاثة مستويات، هى: (المعرفة المفاهيمية، المعرفة الإجرائية، حلّ المشكلات الهندسية) وقد توصلت الدراسة إلى فاعلية استخدام أسلوب النمذجة الرياضية فى تنمية المعرفة المفاهيمية والاجرائية وحلّ المشكلات الهندسية لدى طلبة المجموعة التجريبية.

المحور الثانى: دراسات تناولت تطبيقات الحاسوب التفاعلى وبعض مظاهر البراعة الرياضية:

هدفت دراسة **جازى البلوى (٢٠١٢)** إلى تقصى فاعلية استخدام برنامج تعليمى مستند إلى تطبيق جيوجبرا (Geogebra) فى حلّ المسألة الرياضية وفى الدافعية نحو تعلّم الرياضيات لدى طلبة الصف الأول الثانوي، فى المملكة العربية السعودية، واتبع الباحث المنهج شبه التجريبى، وقد تكونت عينة الدراسة من (٦٤) طالباً بالمرحلة الثانوية، وتم تقسيم العينة إلى مجموعتين، إحداهما: مجموعة تجريبية بلغ عددها (٣٣) طالباً، درست باستخدام البرنامج المستند إلى تطبيق الجيوجبرا، والأخرى ضابطة بلغ عددها (٣١) طالباً، درست نفس المحتوى بالطريقة الاعتيادية، وقد استخدم الباحث اختبار حلّ المسألة الرياضية ومقياس الدافعية نحو تعلم الرياضيات، وقد توصلت الدراسة إلى فاعلية استخدام

تطبيق الجيوجبرا فى تنمية حلّ المسألة الرياضية، والدافعية نحو تعلّم الرياضيات، لدى طلبة المجموعة التجريبية.

وهدفت دراسة **نيلسون ويلكير ودوبلير وفين وجاليز وبيكر وكلارك (٢٠١٣** Nelson-Walker, Doabler, Fien, Gause, Baker, & Clarke) **إلى** التعرف على تأثير استخدام الألعاب التكنولوجية فى البراعة الرياضية المبكرة لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية، واتبع الباحثون المنهج المختلط (النوعى والكمي) وقد تكونت عينة الدراسة من (١٢٥) تلميذاً من تلاميذ المرحلة الابتدائية فى أمريكا، وقد استمرت الدراسة لمدة عامين، على نفس العينة (الأول والثانى الابتدائي) وقد استخدم الباحثون أداتين رئيسيتين لجمع البيانات، وهما: المقابلات والملاحظة، وتوصلت الدراسة إلى قدرة الأدوات التكنولوجية فى جعل التلاميذ مشاركين وقادرين على استخدام تلك الأدوات فى تعلمهم، بالإضافة إلى المساهمة فى تنمية الاستيعاب المفاهيمى والتحصيل لدى التلاميذ.

وتقصت دراسة **عدنان العابد وسهيل صالحة (٢٠١٤)** فاعلية استخدام برنامج جيوجبرا (Geogebra) فى تنمية حلّ المسألة الرياضية وفى القلق الرياضى، لدى طلبة الصف العاشر الأساسى فى فلسطين، واتبع الباحثان المنهج شبه التجريبى، وقد تكونت أفراد عينة الدراسة من (٦٤) طالباً، تم تقسيمهم إلى مجموعتين، إحداهما: مجموعة تجريبية بلغ عددها (٣٣) طالباً، درسوا باستخدام برنامج (جيوجبرا)، والأخرى: ضابطة بلغ عددها (٣١) طالباً درسوا بالطريقة الاعتيادية، وقد استخدم الباحثان اختبار حلّ المسألة الرياضية ومقياس القلق الرياضى، وقد توصلت الدراسة إلى فاعلية استخدام تطبيق الجيوجبرا فى تنمية حلّ المسألة الرياضية، وفى تخفيض القلق لدى طلبة المجموعة التجريبية.

وهدفت دراسة **رشا محمد (٢٠١٧)** إلى تقصى فاعلية استخدام إستراتيجية الرحلات المعرفية عبر الويب(الويب كوست) فى تدريس الهندسة لتنمية البراعة الرياضية، لدى طالبات المرحلة المتوسطة فى مصر، واتبعت الباحثة المنهج شبه التجريبى، وقد تكونت عينة الدراسة من (٦٧) طالبة من طالبات الصف الأول المتوسط، وتمّ تقسيم العينة إلى مجموعتين، إحداهما: مجموعة تجريبية بلغ عددها (٣٤) طالبة، تمّ تدريسها وفق إستراتيجية الرحلات المعرفية عبر الويب (ويب كويست)، والأخرى: ضابطة بلغ عددها (٣٣) طالبة، درسن بالطريقة الاعتيادية، وقد استخدمت الباحثة اختبار البراعة الرياضية ويتضمن أربعة مكونات وهى:(الاستيعاب المفاهيمى، الطلاقة الإجرائية، الكفاءة الإستراتيجية، الاستدلال التكيفي) ومقياس الرغبة الرياضية المنتجة نحو تعلم الرياضيات، وقد توصلت الدراسة إلى فاعلية استخدام الرحلات المعرفية عبر الويب (ويب كويست) فى تنمية مكونات البراعة الرياضية وفى مقياس الرغبة الرياضية المنتجة نحو تعلم الرياضيات، لدى طالبات المجموعة التجريبية.

وهدفت دراسة **إكرامى محمد** (٢٠١٧) إلى تقصى فاعلية استخدام أنشطة إثرائية فى ضوء برمجيات الرياضيات التفاعلية (تطبيق الجيوجبرا) لتنمية المعرفة المفاهيمية والإجرائية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية فى مصر، واتبع الباحث المنهج شبه التجريبى، وقد تكونت عينة الدراسة من (١١١) تلميذاً من تلاميذ الصف السادس الأساسى، وتمّ تقسيم العينة إلى مجموعتين، إحداهما: تجريبية بلغ عددها (٥٧) تلميذاً درسوا باستخدام أنشطة إثرائية قائمة على تطبيق الجيوجبرا، والأخرى: ضابطة بلغ عددها (٥٤) تلميذاً درسوا بالطريقة الاعتيادية، وقد استخدم الباحث اختبار المعرفة الرياضية المفاهيمية واختبار المعرفة الإجرائية، وقد توصلت الدراسة إلى فاعلية استخدام أنشطة إثرائية فى ضوء برمجيات الرياضيات التفاعلية (تطبيق الجيوجبرا) فى تنمية المعرفة المفاهيمية والرياضية لدى تلاميذ المجموعة التجريبية.

وهدفت دراسة **مها الخالدى** (٢٠١٨) إلى تصميم وحدات تعلم رقمية تفاعلية بواسطة قائمة على التمثيلات الرياضية لتنمية البراعة الرياضية لدى طالبات المرحلة الثانوية فى الرياض، واتبعت الباحثة المنهج شبه التجريبى، وقد تكونت عينة الدراسة من (٥٨) طالبة من طالبات المرحلة الثانوية، وتمّ تقسيم العينة إلى مجموعتين بالتساوى، إحداهما: تجريبية درسن باستخدام وحدات تعلم رقمية تفاعلية بواسطة قائمة على التمثيلات الرياضية، والأخرى: ضابطة درسن بالطريقة الاعتيادية، وقد استخدمت الباحثة اختبار مكونات البراعة الرياضية المعرفية (الاستيعاب المفاهيمى، الطلاقة الإجرائية، الكفاءة الإستراتيجية، الاستدلال التكيفي) ومقياس للرغبة الرياضية المنتجة، وقد توصلت الدراسة إلى فاعلية استخدام وحدات تعلم رقمية تفاعلية فى تنمية البراعة الرياضية لدى طالبات المجموعة التجريبية.

المحور الثالث: دراسات تناولت تطبيقات الواقع المعزّز وبعض مظاهر البراعة الرياضية

هدفت دراسة **سامية جودة** (٢٠١٨) إلى تقصى فاعلية استخدام الواقع المعزّز فى تنمية مهارات حلّ المشكلات الحسابية والذكاء الانفعالى لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية ذوى الصعوبات فى تعلّم الرياضيات، بالمملكة العربية السعودية، واتبعت الباحثة المنهج شبه التجريبى، وقد تكونت عينة الدراسة من (٣٠) تلميذة بالمرحلة الابتدائية من ذوى صعوبات التعلم، وتمّ تقسيم العينة بالتساوى إلى مجموعتين، إحداهما: مجموعة تجريبية درست باستخدام الواقع المعزّز، والأخرى ضابطة درست نفس المحتوى بالطريقة الاعتيادية، وقد استخدمت الباحثة اختبار حلّ المشكلات الحسابية ومقياس الذكاء الانفعالي، وقد توصلت الدراسة إلى فاعلية استخدام الواقع المعزّز فى تنمية حلّ المشكلات الحسابية والذكاء الانفعالى لدى التلاميذ.

وهدفت دراسة **تهانى الفهد** (٢٠١٨) إلى تقصى فاعلية استخدام تقنية الواقع المعزّز فى تنمية الاستيعاب المفاهيمى، لدى طالبات المرحلة الثانوية فى مادة الفيزياء فى السعودية، واتبعت الباحثة المنهج شبه التجريبى، وقد تكونت عينة الدراسة من (٤٥) طالبة من طالبات الصف الثانى الثانوى من قسم العلوم الطبيعية، وتمّ تقسيم العينة إلى مجموعتين، إحداهما: تجريبية بلغ عددها (٢٣) طالبة، درسن باستخدام تقنية الواقع المعزّز، والأخرى: ضابطة بلغ عددها (٢٢) طالبة درسن بالطريقة الاعتيادية، وقد استخدمت الباحثة اختبار الاستيعاب المفاهيمى، وقد توصلت الدراسة إلى فاعلية استخدام تقنية الواقع المعزّز فى تنمية الاستيعاب المفاهيمى لدى طالبات المجموعة التجريبية.

وهدفت دراسة **ليلى الشيزاوية** (٢٠١٨) إلى تقصى أثر التدريس القائم على تقنية الواقع المعزّز فى اكتساب المفاهيم الرياضية والاستدلال المكانى، لدى طلبة الصف السادس الأساسى فى عُمان، واتبعت الباحثة المنهج شبه التجريبى، وقد تكونت عينة الدراسة من (٥٩) طالبة من طالبات الصف السادس الأساسى، وتمّ تقسيم العينة إلى مجموعتين، إحداهما: تجريبية بلغ عددها (٣١) طالبة، درسن باستخدام تقنية الواقع المعزّز، والأخرى ضابطة بلغ عددها (٢٨) طالبة، درسن بالطريقة الاعتيادية، وقد استخدمت الباحثة اختبار اكتساب المفاهيم الرياضية، والاستدلال المكانى، وقد توصلت الدراسة إلى فاعلية التدريس القائم على تقنية الواقع المعزّز فى تنمية اكتساب المفاهيم الرياضية والاستدلال المكانى لدى طالبات المجموعة التجريبية.

بالعرض والتحليل لما تم عرضه من الدراسات السابقة ، يتضح تشابه هذا البحث مع معظم الدراسات السابقة بالاهتمام بتنمية البراعة الرياضية ككل أو بعض مظاهرها المختلفة، ولكنه **يتميز عنها فى** إجراء مقارنة بين تطبيقات الحاسوب التفاعلى والواقع المعزّز فى تنمية البراعة الرياضية .

ومن خلال مناقشه وتحليل نتائج الدراسات تم التوصل إلى **فروض البحث** كالتالى:

الفرض الأول: "توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطات درجات تلاميذ المجموعة التجريبية الأولى التى درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الحاسوب التفاعلى، والمجموعة التجريبية الثانية التى درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الواقع المعزّز، والضابطة التى درست بالطريقة الاعتيادية، فى التطبيق البعدى لقياس مكونات البراعة الرياضية ككل وكلّ مكون من مكوناتها الفرعية كلٌ على حدة".

الفرض الثانى: " يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين درجة الفاعلية المحسوبة لتلاميذ المجموعة التجريبية الأولى التى درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام **تطبيقات الحاسوب التفاعلى**، ومستوى نسبة الكسب (١) فى قياس مكونات البراعة الرياضية ككل، وكلّ مكون من مكوناتها الفرعية كلٌ على حدة لصالح درجة الفاعلية المحسوبة لتلاميذ المجموعة التجريبية الأولى".

الفرض الثالث: "يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين درجة الفاعلية المحسوبة لتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية التى درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام **تطبيقات الواقع المعزّز**، ومستوى نسبة الكسب (١) فى قياس مكونات البراعة الرياضية ككل، وكلٌ مكون من مكوناتها الفرعية كلّ على حدة لصالح درجة الفاعلية المحسوبة لتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية".

إجراءات البحث:

للإجابة عن السؤال الأول، ونصه: **ما التصور المقترح للبرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلى – الواقع المعزّز) فى تنمية البراعة الرياضية، لتلاميذ الصف السادس الأساسى فى فلسطين؟** تمت الإجراءات الآتية:

١. دراسة الأدبيات التربوية والبحوث السابقة المرتبطة بموضوع البحث الحالى.
٢. الرجوع إلى الأدبيات والدراسات السابقة، وذلك بهدف تحديد ما يأتى:

- أسس البرنامج والمتمثلة به: خصائص تلاميذ الصف السادس الأساسى واهداف هذه المرحلة، ومبادئ واستنتاجات النمذجة الرياضية.
- تحديد مكونات البرنامج والمتمثلة به: أهداف البرنامج (العامة والخاصة)، محتوى البرنامج (وحدتى: النسبة المئوية والهندسة والقياس)، الأنشطة التعليمية، الوسائط والوسائل التعليمية، أساليب التقويم.
- صياغة البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي– الواقع المعزّز) لتنمية مكونات البراعة الرياضية فى صورته المبدئية وقد تضمن:
  - كتاب التلميذ القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الحاسوب التفاعلى، وهو مخصص للتلاميذ الذين يتعلمون بواسطة تطبيقات الحاسوب التفاعلى (جيوجبرا Geogebra).
  - كتاب التلميذ القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الواقع المعزّز، وهو مخصص للتلاميذ الذين يتعلمون بواسطة تطبيقات الواقع المعزّز (HP Reval).
  - دليل المعلم لتطبيق البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلى – الواقع المعزّز).
  - مجموعة من النماذج الرقمية التى تعمل بواسطة تطبيقات (الحاسوب التفاعلي– الواقع المعزّز)، وتمثل المرحلة الثانية من مراحل النمذجة الرياضية (البيئة الرقمية)، وتمّ تصميمها بصورة تحاكى ما ورد فى كتاب التلميذ من نماذج حياتية (حقيقية)، ويستطيع التلاميذ

الوصول إليها عن طريق: استخدام التطبيقات بشكل مباشر عبر الإنترنت (Online Application) أو استخدام التطبيقات غير المتصلة بالأنترنت (Offline Application).

٣. ضبط البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلى – الواقعى المعزّز) عن طريق ما يأتى:

- عرض البرنامج فى صورته الأولية على مجموعة متخصصين من أساتذة مناهج وطرق تدريس الرياضيات، ومتخصصى الرياضيات والحاسوب، وخبراء ومعلمى الرياضيات ومشرفيها، بلغ عددهم (١١) محكماً، لتحديد مدى ملاءمة البرنامج لتلاميذ الصف السادس الأساسى من حيث: طريقة العرض وتسلسل النماذج ووضوح الأفكار ومستوى اللغة وجدوى الأنشطة؛ لتحقيق أهداف هذا البرنامج، وتركزت التعديلات على إضافة بعض الإرشادات للتلاميذ لاستخدام النماذج الرقمية، وتعديل بعض الأشكال الواردة لتتوافق مع محتوى الدرس، وتعديل بعض الصياغات والتعابير اللغوية والرياضية، وتمّ التعديل اللازم فى ضوء آرائهم ومقترحاتهم.
- تجريب البرنامج على مجموعة من تلاميذ الصف السادس الأساسى بلغت (١٥) تلميذاً كمجموعة أولية (استطلاعية) لجمع الملاحظات والآراء لتعديلها، وتمّ تدريسها وفقاً للبرنامج فى (٨) حصص على مدار أسبوعين، وقد لاحظ الباحثون تجاوب التلاميذ مع مراحل البرنامج، وخلال التدريس ظهرت بعض المشكلات المتعلقة بالتطبيقات، مثل: تداخل بعض النماذج فى الواقع المعزّز، وعدم تعرف كاميرا الأجهزة الذكية لبعض العلامات المتضمنة بالبرنامج، وقد تم إجراء التعديلات اللازمة من خلال إضافة ترميز خاص لكل نموذج لتمييزه عن النماذج الأخرى، وأصبح البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (لحاسوب التفاعلى – الواقع المعزّز) صالحًا للتطبيق.

للإجابة عن السؤال الثانى من أسئلة البحث، ونصه " ما فاعلية البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلى – الواقع المعزّز) فى تنمية مكونات البراعة الرياضية لتلاميذ الصف السادس الأساسى فى فلسطين؟" تم التالى:

أولاً: إعداد أداتى البحث وهما: اختبار مكونات البراعة الرياضية المعرفية واستبانة الرغبة الرياضية المنتجة، وذلك وفق الاتى:

الأداة الأولى: اختبار مكونات البراعة الرياضية المعرفية

وصف اختبار مكونات البراعة الرياضية المعرفية:

شمل الاختبار المكونات الآتية: الاستيعاب المفاهيمى (٩) مفردات، الطلاقة الإجرائية (١١) مفردة، الكفاءة الإستراتيجية (٦ مفردات)، الاستدلال التكيفى (٩) مفردات، بمجموع كلى (٣٥) مفردة،

وتضمن أسئلة: اختيار من متعدد (٢٩) فقرة، وأسئلة مقالية (٦) فقرات، وقد اعتمد فى كتابة فقرات الاختبار على محتوى وحدتى (النسبة المئوية والقياس والهندسة) فى كتاب الرياضيات، الذى يُدرس فى المدارس الحكومية التابعة لوزارة التربية والتعليم، للعام الدراسى ٢٠١٨-٢٠١٩م.

ضبط الاختبار:

أولاً: صدق المحكمين (الصدق الظاهرى للاختبار):

تمّ التحقق من صدق اختبار مكونات البراعة الرياضية المعرفية، من خلال عرضه على مجموعة من المتخصصين فى مناهج وطرق تدريس الرياضيات، بلغ عددهم (١١) محكماً، وطلب منهم إبداء آرائهم ومقترحاتهم حول التأكد من مدى مناسبة موضوع فقرات الاختبار لما أعدت لقياسه فعلاً، وعما إذا كان الاختبار يحقق الأهداف المرجوة، وقد تمّ جمع الملاحظات وتعديل الاختبار بناءً عليها.

ثانياً: التجربة الاستطلاعية للاختبار:

قام الباحثون بتطبيق الاختبار على عينة استطلاعية تكونت من (٩٢) تلميذاً من تلاميذ المرحلة الأساسية الذين أتمّوا دراسة محتوى وحدتى (النسبة المئوية، الهندسة والقياس)[1*] وذلك لمعرفة ما يأتى:

- **ثبات درجات اختبار مكونات البراعة الرياضية المعرفية:** تمّ استخدام معادلة (ألفا كرونباخ) وبلغت قيمة معامل الثبات لفقرات الاختبار (٠,٩٢) وهى قيمة مقبولة تربوياً لأغراض البحث .
- **معاملات الصعوبة لاختبار مكونات البراعة الرياضية المعرفية:** تراوحت معاملات الصعوبة بين (٠,٣٢-٠,٧٨) وهى متفقة مع معاملات الصعوبة المقبولة تربوياً .
- **معاملات التمييز لاختبار مكونات البراعة الرياضية المعرفية:** تراوحت بين (٠,٣٣-٠,٨٣) وهى متفقة مع القيم المقبولة تربوياً.
- **صدق الاتساق الداخلى:**

تمّ حساب معامل ارتباط (بيرسون) بين درجات كل مفردة من مفردات الاختبار والدرجة الكلية للمكون الذى تنتمى إليه، وبين كل مكّون من مكونات البراعة الرياضية المعرفية بعضها ببعض والدرجة الكلية للاختبار، ويوضح كل من جدول (٣) (٤) ذلك:

[1] تم استخدامها لتقنين أدوات البحث

جدول (٣)

معاملات الارتباط بين كل مفردة اختبار مكونات البراعة الرياضية المعرفية والدرجة الكلية للمجال الذى تنتمى اليه

الاستيعاب المفاهيمي		الطلاقة الإجرائية		الكفاءة الإستراتيجية		الاستدلال التكيفي	
المفردة	معامل الارتباط	المفردة	معامل الارتباط	المفردة	معامل الارتباط	المفردة	معامل الارتباط
١	**٠,٦٣٨	١٠	**٠,٦٤٤	٢-أ	**٠,٧٤٣	١-٥	**٠,٥١٤
٢	**٠,٦٠٦	١١	**٠,٧٠٥	٢-ب	**٠,٧٠٨	٢-٥	**٠,٥٨٩
٣	**٠,٥٩٤	١٢	**٠,٥٥٦	سؤال ٣	**٠,٦٣٢	٣-٥	**٠,٥٨٨
٤	**٠,٦٦٠	١٣	**٠,٤٤٦	٤-أ	**٠,٦٨١	٤-٥	**٠,٨٤١
٥	**٠,٥٩٨	١٤	**٠,٥٧٠	٤-ب	**٠,٦٨٧	٥-٥	**٠,٨٠٤
٦	**٠,٥١٠	١٥	**٠,٦٣٣	٤-ج	**٠,٦١٥	٦-٥	**٠,٨٤٤
٧	**٠,٥٣١	١٦	**٠,٧١٤			٧-٥	**٠,٨٩٠
٨	**٠,٤٢٤	١٧	**٠,٧١٥			٨-٥	**٠,٨٠٧
٩	**٠,٥٦٦	١٨	**٠,٦٥٤			٩-٥	**٠,٧٩٩
		١٩	**٠,٥٢١				
		٢٠	**٠,٦٦٨				

**دالة إحصائياً عند مستوى الدلالة (α=٠,٠١)

يتضح من الجدول أن معاملات الإرتباط موجبة ودالة إحصائياً مما يشير إلى صدق الاتساق الداخلى بين كل مفردة من مفردات اختبار مكونات البراعة الرياضية المعرفية والدرجة الكلية للمجال الذى تنتمى اليه.

جدول (٤)

معاملات ارتباط بين كل مكون من مكونات البراعة الرياضية المعرفية بعضها ببعض والدرجة الكلية للاختبار

المكونات	الاستيعاب المفاهيمي	الطلاقة الإجرائية	الكفاءة الإستراتيجية	الاستدلال التكيفي	الدرجة الكلية
الاستيعاب المفاهيمي		**٠,٦٧٧	**٠,٦٢٢	**٠,٦٣١	**٠,٧١٦
الطلاقة الاجرائية			**٠,٨١٠	**٠,٧٤٤	**٠,٨٨٢
الكفاءة الإستراتيجية				**٠,٦٨٥	**٠,٨٤١
الاستدلال التكيفي					**٠,٩٥٣
الدرجة الكلية					

****دالة إحصائياً عند مستوى الدلالة (α=٠,٠١)**

يتضح من الجدول أن معاملات الإرتباط موجبة ودالة إحصائياً مما يشير إلى صدق الاتساق الداخلى بين كل مكون من مكونات البراعة الرياضية المعرفية بعضها ببعض والدرجة الكلية للاختبار.

وبعد التأكد من صدق وثبات الاختبار وحساب معاملات الصعوبة والتمييز، أصبح الاختبار فى صورته النهائية صالحاً للتطبيق.

الأداة الثانية: استبانة الرغبة الرياضية المنتجة:

وصف استبانة الرغبة الرياضية المنتجة:

تمّ إعداد استبانة الرغبة الرياضية المنتجة فى صورتها الأولية، حيث احتوت على (٣٠) مفردة، موزعة على أبعاد الاستبانة، حيث تضمن بُعد "منفعة الرياضيات ومكانتها" المفردات من ١ – ٢٠ وتضمن بُعد "الكفاءة الذاتية فى تعلم الرياضيات" المفردات من ٢١ – ٣٠، وكذلك صيغت المفردات بلغة سهلة ومحددة وبعيدة عن الغموض، وبصورة تلائم مستوى تلاميذ الصف السادس الأساسى وخبرتهم السابقة، بالإضافة إلى أن كل مفردة اشتملت على فكرة واحدة فقط.

ضبط الاستبانة:

أ- صدق المحكمين (الصدق الظاهرى للاستبانة)

تمّ عرض الاستبانة فى صورتها الأولية على مجموعة متخصصين من أساتذة المناهج وطرق تدريس الرياضيات، ومعلمى الرياضيات ومشرفيها، بلغ عددهم (١١) محكماً، طلب منهم إبداء آرائهم

ومقترحاتهم حول الصياغة اللغوية لمفردات الاستبانة، ومناسبة المفردات لمستوى التلاميذ، ومدى انتماء المفردات لكل مكون من مكونات الاستبانة، وتمّ تعديل الاستبانة بناءً عليها.

ب-صدق الاتساق الداخلى:

تمّ حساب معامل ارتباط (بيرسون) بين درجات كل مفردة من مفردات الاستبانة والدرجة الكلية للبُعد الذى تنتمى إليه، وبين كل بُعد من أبعاد الرغبة الرياضية المنتجة بعضها ببعض والدرجة الكلية للاستبانة، و جدول (٥) و(٦) يوضحان ذلك:

جدول (٥)

معاملات الارتباط بين كل مفردة من مفردات استبانة الرغبة الرياضية المنتجة والدرجة الكلية للمجال الذى تنتمى إليه

منفعة الرياضيات ومكانتها				الكفاءة الذاتية فى تعلم الرياضيات	
المفردة	معامل الارتباط	المفردة	معامل الارتباط	المفردة	معامل الارتباط
١	**٠,٣٥٩	١١	**٠,٢٧٦	٢١	*٠,٣٤١
٢	**٠,٤٣٤	١٢	**٠,٤٣٩	٢٢	**٠,٤٩٦
٣	**٠,٥٢٦	١٣	**٠,٤٧٢	٢٣	**٠,٣٥٢
٤	**٠,٤٧٢	١٤	**٠,٥٠١	٢٤	**٠,٤٤٥
٥	**٠,٤٠٥	١٥	**٠,٥٢٨	٢٥	**٠,٣٥٤
٦	**٠,٥٣٦	١٦	**٠,٦٤٤	٢٦	**٠,٥٥٤
٧	**٠,٣٢٤	١٧	**٠,٥٤٣	٢٧	**٠,٥١٩
٨	**٠,٣١٢	١٨	**٠,٦٧٤	٢٨	**٠,٥٦٨
٩	**٠,٣١٢	١٩	**٠,٥٧٣	٢٩	**٠,٥٤١
١٠	**٠,٤٠٧	٢٠	**٠,٤١٤	٣٠	**٠,٥٤٣

***دالة إحصائياً عند مستوى الدلالة (α=٠,٠٥)**

****دالة إحصائياً عند مستوى الدلالة (α=٠,٠١)**

يتضح من الجدول أن معاملات الإرتباط موجبة ودالة إحصائياً مما يشير إلى صدق الاتساق الداخلى بين كل مفردة من مفردات استبانة الرغبة الرياضية المنتجة والدرجة الكلية للمجال الذى تنتمى إليه.

جدول (٦)

معاملات ارتباط بين كل بُعد من أبعاد الرغبة الرياضية المنتجة بعضها ببعض والدرجة الكلية للاستبانة

المكونات	منفعة الرياضيات ومكانتها	الكفاءة الذاتية فى تعلم الرياضيات	الدرجة الكلية
منفعة الرياضيات ومكانتها		٠,٤٩٣**	٠,٩٤٢**
الكفاءة الذاتية فى تعلم الرياضيات			٠,٧٥٧**

****دالة إحصائياً عند مستوى الدلالة (α=٠,٠١)**

يتضح من الجدول أن معاملات الإرتباط موجبة ودالة إحصائياً مما يشير إلى صدق الاتساق الداخلى بين كل بُعد من أبعاد الرغبة الرياضية المنتجة بعضها ببعض والدرجة الكلية للاستبانة.

ج- ثبات درجات مقياس الرغبة الرياضية المنتجة:

تمّ حساب معادلة (ألفا كرونباخ) وبلغت قيمة معامل الثبات لفقرات الاختبار (٠,٨١٨) وهى قيمة مقبولة تربوياً لأغراض البحث .

وبعد التأكد من الصدق والثبات، أصبحت الاستبانة فى صورتها النهائية من (٣٠) مفردة منها (٢٠) مفردة لبُعد "منفعة الرياضيات ومكانتها" و(١٠) مفردات لبُعد "الكفاءة الذاتية فى تعلم الرياضيات".

ثانياً: إجراءات تطبيق تجربة البحث الميدانية:

منهج البحث وتصميمه:

استخدم الباحثون المنهج شبه التجريبى، بالتصميم التجريبي؛ لاستقصاء فاعلية برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي- الواقع المعزّز) فى تنمية البراعة الرياضية لدى تلاميذ الصف السادس الأساسى فى فلسطين، ويتضمن هذا المنهج استخدام التجربة الميدانية، والتى تتطلب ثلاث مجموعات والجدول (٧) يوضح التصميم التجريبى للبحث:

جدول (٧)

التصميم التجريبى للبحث

المجموعات	التطبيق القبلي	المعالجة	التطبيق البعدي
المجموعة التجريبية الأولى	• اختبار مكونات البراعة الرياضية المعرفية • استبانة الرغبة الرياضية المنتجة	برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي)	• اختبار مكونات البراعة الرياضية المعرفية • استبانة الرغبة الرياضية المنتجة
المجموعة التجريبية الثانية		برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي)	
المجموعة الضابطة		الطريقة الاعتيادية	

ثانياً: اختيار مجموعات البحث والمكونة من (١١٢) تلميذا من تلاميذ الصف السادس الاساسى، وتقسيمهم إلى ثلاثة مجموعات، الأولى: تجريبية بلغ عددها (٣٧) تلميذاً درست باستخدام برنامج قائم على النمذجة الرياضية بواسطة تطبيقات الحاسوب التفاعلى، والثانية: تجريبية بلغ عددها (٣٧) تلميذاً درست باستخدام برنامج قائم على النمذجة الرياضية بواسطة تطبيقات الحاسوب التفاعلى، والثالثة: ضابطة بلغ عددها (٣٨) تلميذاً درست بالطريقة الاعتيادية.

ثالثاً: تمَّ تطبيق أداتى البحث: اختبار مكونات البراعة الرياضية المعرفية واستبانة الرغبة الرياضية المنتجة على مجموعات البحث الثلاثة قبل بدء التجربة، وأظهرت النتائج عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (٠,٠٥) بين متوسطات درجات مجموعات البحث مما يدل على تكافؤ المجموعات الثلاثة فى البراعة الرياضية قبل البدء بتطبيق البحث.

رابعاً: تدريس موضوعى (النسبة المئوية والهندسة والقياس) فى كتاب الرياضات المقرر على تلاميذ الصف السادس الأساسى، باستخدام برنامج قائم على النمذجة الرياضية بواسطة تطبيقات الحاسوب التفاعلى للمجموعة التجريبية الأولى، وباستخدام برنامج قائم على النمذجة الرياضية بواسطة تطبيقات الواقع المعزّز للمجموعة التجريبية الثانية، وبالطريقة الاعتيادية للمجموعة الثالثة، وذلك فى الفترة ما بين ٢٠١٩/٢/٥م إلى ٢٠١٩/٥/٥م.

خامساً: تطبيق أداتى البحث: اختبار مكونات البراعة الرياضية المعرفية واستبانة الرغبة الرياضية المنتجة على مجموعات البحث تطبيقاً بعدياً.

سادساً: إجراء المعالجات الإحصائية المناسبة وتحليل النتائج وتفسيرها ومناقشتها.

سابعاً: تقديم التوصيات والمقترحات فى ضوء ما أسفر عنه البحث من نتائج.

نتائج البحث:

اختبار صحة الفرضية الأولى:

نصت الفرضية الأولى على أنه: "لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (α=0.05) بين متوسطات درجات تلاميذ المجموعة التجريبية الأولى التى درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الحاسوب التفاعلى والمجموعة التجريبية الثانية التى درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الواقع المعزز والضابطة التى درست بالطريقة الاعتيادية فى التطبيق البعدى لقياس مكونات البراعة الرياضية ككل وكلّ مكون من مكوناته الفرعية كلّ على حدة".

ولاختبار الفرضية الأولى تمّ استخراج المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية، وحساب قيمة(F) ودلالتها الإحصائية لدرجات تلاميذ المجموعات الثلاثة، وكانت النتائج كما فى جدول (٨):

جدول (٨)

المتوسطات الحسابية، والانحرافات المعيارية، لدرجات التلاميذ فى الاختبار البعدى، تبعاً لمجموعات البحث الثلاثة

المكونات	التطبيق	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
الاستيعاب المفاهيمي	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	٣٧	٧,٨٦٤	١,٦٠١
	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	٣٧	٧,٧٢٩	١,٥٣٩
	الاعتيادية	٣٨	٥,٠٢٦	٢,٨٦١
الطلاقة الإجرائية	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	٣٧	9.108	2.118
	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	٣٧	٦,٢١٦	٢,٠٨٣
	الاعتيادية	٣٨	٥,٣٤٢	٢,٦٥٣
الكفاءة الإستراتيجية	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	٣٧	٢٣,٣٧٨	٧,٠٦٧
	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	٣٧	٢٠,٣٥١	٦,٥٥٤

المكونات	التطبيق	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
	الاعتيادية	٣٨	١٣,٨٦٨	٧,٤٤٠
الاستدلال التكيفي	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	٣٧	١١,٤٨٦	٤,٦٨٢
	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	٣٧	٩,٨٣٧	٣,٨٨٣
	الاعتيادية	٣٨	٦,٣٤٢	٣,٥٨٨
الرغبة الرياضية المنتجة	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	٣٧	٧٦,٨٣٧	11.٧٧٩
	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	٣٧	٨٢,٨٩١	٧,٥٩٦
	الاعتيادية	٣٨	٧٢,٨٦٨	٩,٩١٠
الاختبار كاملاً	نمذجة رياضية (حاسوب تفاعلي)	٣٧	١٢٨,٦٧٥٧	٢٠,٨٣٤٠
	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	٣٧	١٢٧,٠٢٧٠	١٦,٦٦٩١
	الاعتيادية	٣٨	١٠٣,٤٤٧٤	١٩,٩٧٩٣

ولبيان دلالة الفروق الإحصائية بين المتوسطات الحسابية، تمّ استخدام تحليل التباين الأحـــادى (ANOVA) وكانت النتائج كما فى جدول (٩) الآتى:

جدول (٩)

نتائج تحليل التباين الأحادى (ANOVA) لدرجات تلاميذ الصف السادس الأساسى، فى مكونات البراعة الرياضية

المكونات	مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	قيمة (F) المحسوبة	مستوى الدلالة (٠,٠١)	حجم التأثير[٢] (مربع إيتا)
الاستيعاب المفاهيمي	بين المجموعات	193.119	٢	96.559	21.900	دال	٠,٢٨٦ كبير
	خلال المجموعات	480.595	١٠٩	4.409			
	المجموع	673.714	١١١				

[2] أشار كوهين (Cohen, 1988) أن قيمة حجم الأثر (٠,٠١) تعني تأثير صغير، بينما تعني القيمة (٠,٠٦) حجم تأثير متوسط، في حين تعني القيمة (٠,١٤) فأكثر حجم تأثير كبير (حلمي الفيل، ٢٠١٨، ١٦٨).

المكونات	مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	قيمة (F) المحسوبة	مستوى الدلالة (٠,٠١)	حجم التأثير٢ (مربع إيتا)
الطلاقة الإجرائية	بين المجموعات	289.860	٢	144.930	27.313	دال	0.333 كبير
	خلال المجموعات	578.390	١٠٩	5.306			
	المجموع	868.250	١١١				
الكفاءة الإستراتيجية	بين المجموعات	١٧٧٤,٩٤٢	٢	٨٨٧,٤٧١	١٧,٩٣٥	دال	٠,٢٤٧ كبير
	خلال المجموعات	٥٣٩٣,٤٧٧	١٠٩	٤٩,٤٨١			
	المجموع	٧١٦٨,٤٢٠	١١١				
الاستدلال التكيفي	بين المجموعات	518.856	٢	259.428	15.633	دال	٠,٢٢٢ كبير
	خلال المجموعات	1808.823	١٠٩	16.595			
	المجموع	2327.679	١١١				
الرغبة الرياضية المنتجة	بين المجموعات	١٩٠٧,٠٥٤	٢	٩٥٣,٥٢٧	٩,٧٠٧	دال	٠,١٥١ كبير
	خلال المجموعات	١٠٧٠٦,٩٣٧	١٠٩	٩٨,٢٢٩			
	المجموع	١٢٦١٣,٩٩١	١١١				
الاختبار كاملاً	بين المجموعات	١٥٠٠٢,٩٥٣	٢	٧٥٠١,٤٧	٢٠,٢٤	دال	٠,٢٧٠٨ كبير
	خلال المجموعات	٤٠٣٩٨,٤٧٦	١٠٩	٣٧٠,٦٢٨			
	المجموع	٥٥٤٠١,٤٢٩	١١١				

يتبين من الجدول السابق رقم (٤) وجود فرق ذى دلالة إحصائية، حيث بلغت قيمة (F) ١٧,٠٦٥ وبدلالة إحصائية ٠,٠٠٠٠١ بين متوسطات درجات تلاميذ المجموعات الثلاثة فى اختبار البراعة الرياضية البعدى ككل وفى جميع مكوناته الخمسة، تعزى البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلي)، والبرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات(الواقع المعزّز)، والاعتيادية وبالتالى إلى رفض الفرضية الصفرية.

ولعمل مقارنة ثنائية ما بين المجموعات الثلاثة؛ استخدم الباحثون اختبار (أقل فرق دال) للمقارنات البعدية (LSD Post Hoc) لقياس فاعلية استخدام برنامج قائم على النمذجة الرياضية بواسطة تطبيقات (الحاسوب التفاعلى – الواقع المعزّز) على درجات التلاميذ فى اختبار مكونات البراعة الرياضية البعدى، كما فى جدول (١٠) الآتى:

جدول (١٠)

نتائج اختبار "أقل فرق دال" للمقارنات الثنائية البعدية (LSD Post Hoc) لأثر طرق التدريس باستخدام النمذجة الرياضية (الحاسوب التفاعلي) والنمذجة الرياضية (الواقع المعزّز) والاعتيادية فى درجات تلاميذ الصف السادس الأساسى بين ثلاث المجموعات فى قياس البراعة الرياضية البعدى.

المكونات	المجموعة (١)	المجموعة (٢)	فرق المتوسطات (١-٢)	الدلالة (0.05)
الاستيعاب المفاهيمي	نمذجة رياضية (الحاسوب التفاعلي)	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	0.13514	غير دال
	نمذجة رياضية (الحاسوب التفاعلي)	الاعتيادية	2.83855	دال
	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	الاعتيادية	2.70341	دال
الطلاقة الإجرائية	نمذجة رياضية (الحاسوب التفاعلي)	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	2.89189	دال
	نمذجة رياضية (الحاسوب التفاعلي)	الاعتيادية	3.76600	دال
	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	الاعتيادية	٠.87411	غير دال
الكفاءة الإستراتيجية	نمذجة رياضية (الحاسوب التفاعلي)	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	٣,٠٢٧٠٣	غير دال
	نمذجة رياضية (الحاسوب التفاعلي)	الاعتيادية	٩,٥٠٩٩٦	دال
	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	الاعتيادية	6.48293	دال
الاستدلال التكيفي	نمذجة رياضية (الحاسوب التفاعلي)	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	1.64865	غير دال
	نمذجة رياضية (الحاسوب التفاعلي)	الاعتيادية	5.14438	دال
	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	الاعتيادية	3.49573	دال
الرغبة الرياضية المنتجة	نمذجة رياضية (الحاسوب التفاعلي)	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	-6.05405	دال
	نمذجة رياضية (الحاسوب التفاعلي)	الاعتيادية	3.96941	غير دال
	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	الاعتيادية	10.023471	دال
القياس كاملاً	نمذجة رياضية (الحاسوب التفاعلي)	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	1.6465	غير دال
	نمذجة رياضية (الحاسوب التفاعلي)	الاعتيادية	25.22831	دال
	نمذجة رياضية (الواقع المعزّز)	الاعتيادية	23.57966	دال

ويتبين من الجدول السابق النتائج الآتية:

أولاً: مكون الاستيعاب المفاهيمى:

عدم وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين تلاميذ المجموعة التجريبية الأولى (الحاسوب التفاعلي) وتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية (الواقع المعزّز)، ووجود فرق ذو دلالة إحصائية بين تلاميذ المجموعة التجريبية الأولى (الحاسوب التفاعلي) وتلاميذ المجموعة الضابطة (الاعتيادية) لصالح المجموعة التجريبية الأولى، ووجود فرق ذو دلالة إحصائية بين تلاميذ المجموعة التجريبية الثانية (الواقع المعزّز) وتلاميذ المجموعة الضابطة (الاعتيادية) لصالح المجموعة التجريبية الثانية.

ثانياً: مكون الطلاقة الإجرائية:

وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين تلاميذ المجموعة التجريبية الأولى (الحاسوب التفاعلي) وتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية (الواقع المعزّز) لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية الأولى، ووجود فرق ذو دلالة إحصائية بين تلاميذ المجموعة التجريبية الأولى (الحاسوب التفاعلي) وتلاميذ المجموعة الضابطة (الاعتيادية) لصالح المجموعة التجريبية الأولى، وعدم وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين تلاميذ المجموعة التجريبية الثانية (الواقع المعزّز) وتلاميذ المجموعة الضابطة (الاعتيادية).

ثالثاً: مكون الكفاءة الإستراتيجية:

عدم وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين تلاميذ المجموعة التجريبية الأولى (الحاسوب التفاعلي) وتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية (الواقع المعزّز)، ووجود فرق ذو دلالة إحصائية بين تلاميذ المجموعة التجريبية الأولى (الحاسوب التفاعلي) وتلاميذ المجموعة الضابطة (الاعتيادية) لصالح المجموعة التجريبية الأولى، ووجود فرق ذو دلالة إحصائية بين تلاميذ المجموعة التجريبية الثانية (الواقع المعزّز) وتلاميذ المجموعة الضابطة (الاعتيادية) لصالح المجموعة التجريبية الثانية.

رابعاً: مكون الاستدلال التكيفى:

عدم وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين تلاميذ المجموعة التجريبية الأولى (الحاسوب التفاعلي) وتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية (الواقع المعزّز)، ووجود فرق ذو دلالة إحصائية بين تلاميذ المجموعة التجريبية الأولى (الحاسوب التفاعلي) وتلاميذ المجموعة الضابطة (الاعتيادية) لصالح المجموعة التجريبية الأولى، ووجود فرق ذو دلالة إحصائية بين تلاميذ المجموعة التجريبية الثانية (الواقع المعزّز) وتلاميذ المجموعة الضابطة (الاعتيادية) لصالح المجموعة التجريبية الثانية.

خامساً: مكون الرغبة الرياضية المنتجة:

وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين تلاميذ المجموعة التجريبية الأولى (الحاسوب التفاعلي) وتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية (الواقع المعزّز) لصالح المجموعة التجريبية الثانية، وعدم وجود

فرق ذو دلالة إحصائية بين تلاميذ المجموعة التجريبية الأولى (الحاسوب التفاعلي) وتلاميذ المجموعة الضابطة (الاعتيادية)، ووجود فرق ذو دلالة إحصائية بين تلاميذ المجموعة التجريبية الثانية (الواقع المعزّز) وتلاميذ المجموعة الضابطة (الاعتيادية) لصالح المجموعة التجريبية الثانية.

البراعة الرياضية كاملاً:

عدم وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين تلاميذ المجموعة التجريبية الأولى (الحاسوب التفاعلي) وتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية (الواقع المعزّز)، ووجود فرق ذو دلالة إحصائية بين تلاميذ المجموعة التجريبية الأولى (الحاسوب التفاعلي) وتلاميذ المجموعة الضابطة (الاعتيادية) لصالح المجموعة التجريبية الأولى، ووجود فرق ذو دلالة إحصائية بين تلاميذ المجموعة التجريبية الثانية (الواقع المعزّز) وتلاميذ المجموعة الضابطة (الاعتيادية) لصالح المجموعة التجريبية الثانية.

اختبار صحة الفرضية الثانية:

ينص الفرض الثانى على أنه: " لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (α=0.05) بين درجة الفاعلية المحسوبة لتلاميذ المجموعة التجريبية الأولى التى درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام **تطبيقات الحاسوب التفاعلى** ومستوى نسبة الكسب (١) فى اختبار مكونات البراعة الرياضية ككل وكل مكون من مكوناته الفرعية كل على حدة".

وللتحقق من صحة الفرضية قام الباحثون بحساب نسبة الكسب باستخدام معادلة الكسب المعدل (لبلاك) لتلاميذ المجموعة التجريبية الأولى، حيث أشار (بلاك) إلى أنه يمكن اعتبار البرنامج فعالاً فى تحقيق الأهداف إذا كان متوسط نسبة الكسب المعدل يقع ما بين ١ إلى ١,٢، وكانت النتائج كما فى جدول (١١):

جدول (١١)

نسبة الكسب باستخدام معادلة الكسب المعدل لبلاك لتلاميذ المجموعة التجريبية الأولى فى قياس مكونات البراعة الرياضية ككل، وكلّ مكون من مكوناتها الفرعية كلّ على حدة

المكونات	المتوسط القبلي	المتوسط البعدي	النهاية العظمى للاختبار	نسبة الكسب
الاستيعاب المفاهيمي	٢,٩١٨	٧,٨٦٤	٩	١,٣٧٦
الطلاقة الإجرائية	١,٧٥٦	٩,١٠٨	١١	١,٤٦٤
الكفاءة الإستراتيجية	٣,٩١٨	٢٥,٨١٠	٣٢	١,٤٧٢
الاستدلال التكيفي	٢,٥٦٧	١١,٤٨٦	١٨	١,٠٨١
الرغبة الرياضية المنتجة	٤٥,٢١٦	٧٦,٨٦٤	٩٠	١,٠٨٧
القياس كاملاً	٥٦,٣٧٨	١٣١,١٣٥	١٦٠	١,٢٠٢

ولبيان دلالة الفروق الإحصائية بين متوسط نسبة الكسب المعدل لتلاميذ المجموعة التجريبية الأولى، التى درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام **تطبيقات الحاسوب التفاعلى**، ومستوى نسبة الكسب (١) فى اختبار مكونات البراعة الرياضية ككل، وكلّ مكون من مكوناتها الفرعية كلّ على حدة، تمّ استخدام اختبار (ت) لعينة واحدة (One Sample - Test) tوكانت النتائج كما فى جدول (١٢):

جدول (١٢)

نتائج اختبار (One Sample t-test) لدلالة الفرق بين متوسط نسبة الكسب المعدل لتلاميذ المجموعة التجريبية الأولى ومستوى نسبة الكسب (١) فى قياس مكونات البراعة الرياضية ككل، وكلّ مكون من مكوناتها الفرعية كلّ على حدة

المكونات	متوسط نسبة الكسب	قيمة t	درجات الحرية	الدلالة (المستوى ٠,٠٥)
الاستيعاب المفاهيمي	١,٣٧٦	٥,٩٣٨	36	٠,٠٠٠١ دال
الطلاقة الإجرائية	١,٤٦٤	٦,٢٥٥	36	٠,٠٠٠١ دال

المكونات	متوسط نسبة الكسب	قيمة t	درجات الحرية	الدلالة (المستوى ٠,٠٥)
الكفاءة الإستراتيجية	١,٤٧٢	٨,٢١٩	36	٠,٠٠٠١ دال
الاستدلال التكيفي	١,٠٨١	٠,٥٩٥	36	٠,٣٤٤ غير دال
الرغبة الرياضية المنتجة	١,٠٨٧	٢,٠٤٥	36	٠,٠٤٨ دال
القياس كاملاً	١,٢٠٢	٤,٩٧٥	36	٠,٠٠٠١ دال

يتبين من الجدول السابق، وجود فرق ذى دلالة إحصائية بين متوسط نسبة الكسب المعدل لتلاميذ المجموعة التجريبية الأولى التى درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام **تطبيقات الحاسوب التفاعلى** ومستوى نسبة الكسب (١) فى اختبار مكونات البراعة الرياضية ككل وكلّ مكون من مكوناتها الفرعية كلّ على حدة (باستثناء مكون الاستدلال التكيفي)، لصالح متوسط نسبة الكسب المعدل لتلاميذ المجموعة التجريبية الأولى، مما يدل على أن البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الحاسوب التفاعلى له فاعلية فى تنمية البراعة الرياضية ككل، وكلّ مكون من مكوناتها الفرعية كلّ على حدة ما عدا مكون الاستدلال التكيفى.

اختبار صحة الفرضية الثالثة:

تنص الفرضية الثالثة على أنه: " لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (α=0.05) بين درجة الفاعلية المحسوبة لتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية التى درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام **تطبيقات الواقع المعزّز** ومستوى نسبة الكسب (١) فى اختبار مكونات البراعة الرياضية ككل وكل مكون من مكوناتها الفرعية كل على حدة".

وللتحقق من صحة الفرضية قام الباحثون بحساب نسبة الكسب باستخدام معادلة الكسب المعدل (لبلاك) لتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية، حيث أشار بلاك إلى أنه يمكن اعتبار البرنامج فعالاً فى تحقيق الأهداف إذا كان متوسط نسبة الكسب المعدل يقع ما بين ١ إلى ١,٢، وكانت النتائج كما فى جدول (١٣):

جدول (١٣)

نسبة الكسب باستخدام معادلة الكسب المعدل (لبلاك) لتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية فى قياس مكونات البراعة الرياضية ككل، وكلّ مكون من مكوناتها الفرعية كلّ على حدة

المكونات	المتوسط القبلي	المتوسط البعدي	النهاية العظمى للاختبار	نسبة الكسب
الاستيعاب المفاهيمي	٣,٤٥٩	٧,٧٢٩	٩	١,٢٥١
الطلاقة الإجرائية	٢,١٣٥	٦,٢١٦	١١	١,١٢١
الكفاءة الإستراتيجية	٣,٠٥٤	٢٣,٠٠	٣٢	١,٣١٥
الاستدلال التكيفي	٢,٥١٣	٩,٨٣٧	١٨	٠,٨٨٥
الرغبة الرياضية المنتجة	٤٣,٧٢٩	٨٢,٨٦٤	٩٠	١,٢٩٦
كاملاً	٥٤,٨٩١	١٢٩,٦٤٨	١٦٠	١,٢١٨

ولبيان دلالة الفروق الإحصائية بين متوسط نسبة الكسب المعدل لتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية التى درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام **تطبيقات الحاسوب التفاعلى** والمستوى (١) فى اختبار مكونات البراعة الرياضية ككل، وكلّ مكون من مكوناتها الفرعية كل على حدة، تمّ استخدام اختبار(ت) لعينة واحدة (One Sample t - Test) وكانت النتائج كما فى الجدول رقم (١٤) الآتى:

جدول (١٤)

نتائج اختبار (One Sample t-test) لدلالة الفرق بين متوسط نسبة الكسب المعدل لتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية ومستوى نسبة الكسب (١) فى قياس مكونات البراعة الرياضية ككل، وكلّ مكون من مكوناتها الفرعية

المكونات	متوسط نسبة الكسب	قيمة t	درجات الحرية	الدلالة (المستوى ٠,٠٥)
الاستيعاب المفاهيمي	١,٢٥١	٣,٤٩٤	36	٠,٠٠٠١ دال

المكونات	متوسط نسبة الكسب	قيمة t	درجات الحرية	الدلالة (المستوى ٠,٠٥)
الطلاقة الإجرائية	١,١٢١	٢,٤١٣	36	٠,٠٠٠١ دال
الكفاءة الإستراتيجية	١,٣١٥	٥,١٤٢	36	٠,٠٠٠١ دال
الاستدلال التكيفي	٠,٨٨٥	١,٦٣٤	36	٠,١١١ غير دال
الرغبة الرياضية المنتجة	١,٢٩٦	١٠,٣٠٥	36	٠,٠٠٠١ دال
كاملاً	١,٢١٨	٦,٣٠٠	36	٠,٠٠٠١ دال

يتبين من الجدول السابق، وجود فرق ذى دلالة إحصائية بين متوسط نسبة الكسب المعدل لتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية التى درست بواسطة برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام **تطبيقات الواقع المعزّز**، ومستوى نسبة الكسب (١) فى اختبار مكونات البراعة الرياضية ككل وكلّ مكوّن من مكوناتها الفرعية كلّ على حدة (باستثناء الاستدلال التكيفي)، لصالح متوسط نسبة الكسب المعدل لتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية، مما يدل على أن البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الحاسوب التفاعلى له فاعلية فى تنمية البراعة الرياضية ككل وكلّ مكون من مكوناتها الفرعية كلّ على حدة ما عدا مكون الاستدلال التكيفى.

ملخص نتائج البحث وتفسيرها:

أوضحت نتائج اختبار الفرضيات الأولى والثانية والثالثة، وجود فاعلية للبرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلى – الواقع المعزّز) فى تنمية مكونات البراعة الرياضية لدى تلاميذ الصف السادس الأساسى فى فلسطين.

وتتفق نتيجة هذا البحث، مع نتائج دراسة رشا محمد (٢٠١٧)، ودراسة نيلسون ويلكير وآخرون(Nelson-Walker et al., ٢٠١٣)، ودراسة مها الخالدى (٢٠١٨) فى فاعلية التطبيقات الرقمية على تنمية البراعة الرياضية بمكوناتها الخمسة.

وتتفق النتائج كذلك مع دراسة ويثلا (Wethall, ٢٠١١)، وسلمان الشرارى (٢٠١٤)، وصباح حمادى (٢٠١٦)، ومحمد سعيد (٢٠١٦) وغيرهم فى فاعلية النمذجة الرياضية على تنمية العديد من مظاهر البراعة الرياضية لدى التلاميذ.

ويمكن تفسير فاعلية البرنامج القائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلى – الواقع المعزّز) لوجود مزايا عديدة لاستخدام هذا البرنامج، منها:

ما احتواه البرنامج من مجموعة النماذج الحقيقية (المرئية) المشتقة من البيئة المحيطة بالتلاميذ، مما ساهم فى تقديم الرياضيات بصورة واقعية محسوسة، بعيدًا عن الأفكار التجريدية التى تعلمها التلاميذ فى المراحل السابقة، حيث تهدف النمذجة الرياضية بشكل أساسى إلى معالجة المواقف الحقيقية (المشكلات الحياتية) بصورة رياضية عبر مجموعة من النماذج؛ للوصول إلى إجابات منطقية، مما قد يساهم فى استيعاب التلاميذ للمفاهيم الرياضية وتطوير قدراتهم فى الحساب، وتمكنهم من إستراتيجيات الحلّ ومن قدرتهم على التفكير المنطقى والاستدلالى، مما يساهم بالنهاية فى تنمية البراعة الرياضية بشكل أساسى.

وينسجم هذا القول مع ما طرحه سلمان الشرارى (٢٠١٤، ٥٦) بأن النمذجة الرياضية تستند على ترجمة الأفكار الرياضية إلى تمثيلات مرئية (نماذج وأشكال) للدلالة على قراءة المشكلة الرياضية وفهمها، مما يساهم فى تكوين العلاقات بين المفاهيم والتعميمات والمهارات الرياضية وبالتالى إلى تنمية أداء التلاميذ فى مادة الرياضيات.

ولعل استخدام التطبيقات التكنولوجية بشقيها (الحاسوب التفاعلى – الواقع المعزّز) قد وفّرت الكثير من الجهود المبذولة لاكتساب التلاميذ المعرفة والمهارات الأساسية للتعلم، مقارنة مع الطرق الاعتيادية المتبعة حالياً فى تدريس الرياضيات، حيث أنها تتميز بقدرتها على عرض النماذج الرياضية بصورة واضحة وتفصيلية، وعلى معالجتها بطرق مختلفة، والذى انعكس على تَمكّن التلاميذ من إدراكهم للمواقف الحقيقية وحلها فى وقت زمنى قصير، وبجهد أقل، مما يثرى من تعلمهم، ويرسخ المعلومات فى ذهنهم، ويخفف عنهم عبء الدراسة، وهذا يتفق مع ما طرحه فريد أبوزينة (٢٠١٧، ٩١) بأن الأدوات التكنولوجية تتميز "بالقوة التصويرية" من خلال عرض النماذج الرياضية وتفاصيلها بدقة عالية، مما يساهم فى تنمية التفكير والفهم لدى التلاميذ خلال فترة زمنية قصيرة.

كما يمكن القول، أن هذه التطبيقات قد وفرت أسلوباً جديداً فى تعلم الرياضيات، وجذبت اهتمام التلاميذ الذين تعلموا بواسطتها، واسترعت انتباههم داخل الحصص، وتركيزهم على تطبيق التمارين

والمسائل باستخدام هذه التطبيقات، وبذلك وفّرت بيئة خصبة لتعلم الرياضيات لديهم، وهذا يتفق مع ما طرحه جازى البلوى (٢٠١٢، ٤٩) بأن التطبيقات الرقمية تستثمر عدد كبير من حواس التلاميذ فى التعلم، مما يساهم فى إبراز العديد من القدرات (المهارات) لدى التلاميذ، وتحفيزهم على الفهم والاستيعاب والتقصى والتساؤل ما ظهر غريباً ممتعاً مشوقاً.

ويفكما يمكن تفسير وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين تلاميذ المجموعة التجريبية الأولى (الحاسوب التفاعلي) وتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية (الواقع المعزّز) فى مكون الطلاقة الإجرائية لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية الأولى (الحاسوب التفاعلي)، لاعتقاد الباحثون بوجود العديد من المزايا لاستخدام تطبيقات الحاسوب التفاعلى والتى ساهمت فى تنمية الطلاقة الإجرائية، منها: ما توفره تطبيقات الحاسوب التفاعلى من خصائص، وأدوات، وخدمات، مكّنت التلاميذ من التفاعل المباشر مع المحتوى التعليمى، فاستطاع التلاميذ من خلالها القيام بتمثيل النماذج بصورة تحاكى الواقع، بالإضافة إلى قدرتهم على معالجة النماذج بطرق مختلفة (إنشاء – تعديل – حذف – إخفاء – قياس – حساب – تدوير)، وبذلك عززت هذه التطبيقات عملية التعلم بالممارسة، وتمكين التلاميذ من القيام بالإجراءات بأنفسهم، مما يساهم فى إتقانهم لتلك الإجراءات واكتساب مرونة عالية فى التعامل مع المواقف الرياضية المختلفة، وهذا يتفق مع ما طرحه عبدالرحمن أبوسارة (٢٠١٦، ١١٢) بأن تطبيقات الحاسوب التفاعلى توفر العديد من الأدوات والميزات التى تمكن التلاميذ من تنفيذ الإجراءات الرياضية وعملياتها بشكل مباشر وبصورة تتصف بالسهولة والسرعة والدقة، مما ينعكس على الكم الكبير من التمارين والواجبات والأسئلة التى يستطيع التلاميذ القيام بحلها بواسطة هذه التطبيقات.

وبالمقابل تقتصر تطبيقات الواقع المعزّز على مزامنة النماذج الافتراضية بالنماذج الحقيقية (تعزيز المعلومات الحقيقية بالرقمية)، فالتلاميذ غير قادرين على إنشاء نماذج بواسطة التطبيقات أو محاكاتها أو معالجتها كما هو موجود فى تطبيقات الحاسوب التفاعلى، ممّا قلّل فرص التعلم بالممارسة العملية أو عدم تمكنهم من إجراءات الحل بصورة تتصف بالمرونة.

وكذلك أيضا وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين تلاميذ المجموعة التجريبية الأولى (الحاسوب التفاعلي) وتلاميذ المجموعة التجريبية الثانية (الواقع المعزّز) فى مكون الرغبة الرياضية المنتجة لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية الثانية (الواقع المعزّز)، لاعتقاد الباحثون بوجود سببين رئيسيين، هما:

١. استخدام تطبيقات الحاسوب فى التعليم بشكل عام أصبح أمراً طبيعياً مألوفاً لدى التلاميذ، فكثير من المناهج الدراسية فى فلسطين تقوم بتوظيف تطبيقات الحاسوب، مثل: تضمين بعض مناهج الرياضيات على أنشطة بواسطة الحاسوب، أو احتواء منهاج التكنولوجيا على العديد من التطبيقات الحاسوبية الحياتية، أو قيام الكثير من المعلمين باستخدام الوسائل التكنولوجية القائمة على الحاسوب

فى العملية التعليمية، بينما نجد أن استخدام تطبيقات الواقع المعزّز يعدّ أمراً جديداً غير مألوف لدى التلاميذ مما ساهم فى تنمية الجانب الوجدانى لديهم، من خلال إدراكهم بأن الرياضيات يُمكنها تقديم الشيء الجديد والمفيد لديهم، وهذا يتفق مع ما طرحه كل من: إبراهيم الفار وأمير شاهين (٢٠١٨، ٩٠) بأن تطبيقات الواقع المعزّز توفر مساحة جديدة ومبتكرة للتعلم من خلال دمج مواد التعلم الرقمى وتنسيقات الوسائط المتعددة مع العالم الحقيقى، وبالتالى إلى إيجاد فرص حقيقية لإدراك قيمة التعلم والاستمتاع به.

٢. إن تطبيقات الواقع المعزّز تقوم على استشعار البيئة الحقيقية (بيئة التلاميذ) وربطها بالبيئة الرقمية مما أعطى للتلاميذ حرية التعلم ومشاهدة النماذج وربط ما يشاهدونه فى بيئتهم الحقيقية بالنماذج الرقمية التى يتمّ عرضها بواسطة الأجهزة الذكية، وبالمقابل تقتصر تطبيقات الحاسوب التفاعلى على البيئة الرقمية؛ لإنشاء النماذج ومعالجتها دون وجود رابط فعلى بينها وبين البيئة الحقيقية، وهذا يتفق مع ما طرحه هيثم حسن (٢٠١٨، ١٨٦) بأن تطبيقات الواقع المعزّز تمكن التلميذ من مشاهدة الموضوعات الحقيقية (الواقعية) وتحليلها من جوانب مختلفة، وتقدم صورة ذهنية صحيحة، مما تساهم فى زيادة إدراك التلاميذ لما يتعلمونه.

توصيات البحث:

على ضوء ما تمّ التوصل إليه من نتائج، يوصى بالتالى:

١. الاهتمام بالنمذجة الرياضية كأحد أشكال الرياضيات التطبيقية، من حيث تضمينها بالمناهج الدراسية للمراحل المختلفة، كبرنامج متكامل أو وحدة دراسية أو أنشطة تعليمية تعلمية.

٢. الاهتمام بمكونات البراعة الرياضية، كإحدى أهم المتغيرات الواجب مراعاتها فى بناء المناهج الدراسية، بالإضافة إلى تطوير أدوات القياس المناسبة لها.

٣. ضرورة توظيف التطبيقات الرقمية (الحاسوب التفاعلي- الواقع المعزّز) فى مراحل النمذجة الرياضية، وتطوير نماذج جديدة لها.

٤. دمج عدة تطبيقات رقمية فى المناهج الدراسية وبرامجها، وخاصة تطبيقات (الحاسوب التفاعلى – الواقع المعزّز).

٥. التنسيق مع الخبراء من تكنولوجيين ومهندسين ومع المؤسسات التى تهتم بالتعليم الذكى لتطوير تطبيقات حاسوبية حديثة، يمكن استخدامها داخل الصفوف الدراسية وخارجها.

٦. تشجيع المعلمين على توظيف تطبيقات الحاسوب التفاعلى والواقع المعزّز فى تدريسهم للرياضيات، من خلال عقد دورات تدريبية تهدف إلى توضيح آلية عملها واستخدامها وطريقة توظيفها داخل الفصول الدراسية وخارجها.

٧. دعوة الباحثين للاهتمام بالتطبيقات الأكثر حداثة للواقع المعزّز، والتى تدعم مستوى أعلى من التفاعلية والواقعية مثل تطبيقات AR CORE.

٨. الاستفادة من البرنامج الذى أعدّه الباحثون والقيام بتطويره؛ ليتناسب مع المراحل الدراسية المختلفة والأدوات التكنولوجية الحديثة الأخرى.

مقترحات البحث:

بناءً على النتائج التى تمّ التوصل إليها، يمكن تقديم بعض المقترحات، لإجراء البحوث الآتية:

١. فاعلية برنامج قائم على البراعة الرياضية باستخدام تطبيقات (الحاسوب التفاعلى – الواقع المعزّز) فى تنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الأساسية.

٢. فاعلية برنامج قائم على النمذجة الرياضية، فى تنمية مهارات القوة الرياضية، والتواصل الرياضى، لدى تلاميذ المرحلة الأساسية.

٣. فاعلية برنامج قائم على تطبيقات الرياضيات التفاعلية، فى تنمية مكونات البراعة الرياضية، لدى تلاميذ المرحلة الأساسية.

٤. فاعلية برنامج قائم على تطبيقات الواقع المعزّز، فى تنمية مكونات البراعة الرياضية، لدى تلاميذ المرحلة الأساسية.

مراجع البحث

أولاً: المراجع العربية:

- إبراهيم الفار وأمير شاهين (٢٠١٨). **الواقع المعزّز (المدهش)**. طنطا، مصر: الدلتا لتكنولوجيا الحاسبات.
- أسامة حسن عبدالوهاب زيدان (٢٠١٨). **فاعلية برنامج مقترح قائم على البراعة الرياضية فى اكتساب المفاهيم والتفكير الرياضى لدى طلاب الصف السابع الأساسى بغزة**. رسالة ماجستير (غير منشورة)، الجامعة الاسلامية، غزة، فلسطين.
- إكرامى محمد (٢٠١٧). تصميم أنشطة إثرائية فى ضوء برمجيات الرياضيات التفاعلية (برمجية جيوجبرا GeoGebra) واستخدامها فى إكساب تلاميذ المرحلة الابتدائية المعرفة الرياضية المفاهيمية والإجرائية. **دراسات عربية فى التربية وعلم النفس (ASEP)**، عدد ٨١، ١٧-٤٧.

الأونروا (٢٠١٥). برنامج تطوير المعلمين القائم على المدرسة: تحويل ممارسات تعليم الرياضيات وتعلمها. متاح على الرابط

https://www.unrwa.org/sites/default/files/math-arabic-m4.pdf. -

- إيناس نبيل رضوان (٢٠١٦). **أثر برنامج تعليمى قائم على البراعة الرياضية فى التحصيل والتفكير الرياضى لمتعلم الصف السابع الأساسى فى محافظة قلقيلية**. رسالة ماجستير (غير منشورة)، جامعة النجاح الوطنية، نابلس، فلسطين.
- تهانى الفهد(٢٠١٨). فاعلية استخدام تقنية الواقع المعزز Augmented Reality فى تنمية الاستيعاب المفاهيمى لدى طالبات الصف الثانى ثانوى فى مادة الفيزياء بمدينة الرياض. **الجمعية العربية للقراءة والمعرفة**، العدد ٢٠٥، ٣٩-٨٢.
- جابر عبدالحميد جابر (٢٠٠٥). **الذكاءات المتعددة والفهم – تنمية وتعمق**. سلسلة المراجع فى التربية وعلم النفس، القاهرة، مصر: عالم الكتب.
- جازى البلوى (٢٠١٢). **اثر برنامج تعليمى مستند إلى برمجية الجيوجبرا Geogebra فى حل المسألة الرياضية وفى الدافعية نحو تعلم الرياضيات لدى طلبة الصف الأول ثانوى فى المملكة العربية السعودية**، رسالة دكتوراه (غير منشورة)، الجامعة الأردنية، الأردن.
- جامعة القدس المفتوحة (٢٠١٥). **الحاسوب فى التعليم**. رام الله، فلسطين.
- جودى دوفى وجين ماكدونالد(٢٠١٨). **التعليم والتعلم باستخدام التكنولوجيا**. (ترجمة يوسف محمود عاروري). طبعة الأولى، عمان، الأردن: دار الفكر (تاريخ النشر الأصلى ٢٠١٥).
- حسن ربحى مهدى (٢٠١٨).**التعلم الإلكترونى نحو عالم رقمى**. عمان، الأردن: دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة.
- حسن شحاتة (٢٠١٦). **اتجاهات حديثة فى التعليم والتعلم خبرات عالمية وتطبيقات عربية**. القاهرة: دار العالم العربى.
- حسن شحاتة وزينب النجار (٢٠١١). **معجم المصطلحات التربوية والنفسية**. الطبعة الثانية، القاهرة: دار المصرية اللبنانية.
- حسن عوض الجندى (٢٠١٤). **منهج الرياضيات المعاصر محتواه وأساليب تدريسه**. القاهرة، مصر: مكتبة الأنجلو المصرية.
- حلمى الفيل(٢٠١٨). **التحليل الإحصائى للبيانات باستخدام SPSS التنظير والتطبيق والتفسير**. الطبعة الأولى، الإسكندرية، مصر: مكتبة الوفاء القانونية.
- خالد المعثم وسعيد المنوفي(٢٠١٤). تنمية البراعة الرياضية توجه جديد للنجاح فى الرياضيات المدرسية. بحث مقدّم إلى المؤتمر الرابع لتعليم الرياضيات وتعلمها فى التعليم العام بعنوان: **بحوث وتجارب مميزة**، الجمعية السعودية للعلوم الرياضية، السعودية ٢١-٢٣/١٠/٢٠١٤م.

- خالد يوسف ومصطفى صوفي(٢٠١٨). تطوير محتوى تعليمى تفاعلى لزيادة الفاعلية التعليمية باستخدام الواقع المعزّز مع التطبيق على مادة تك مطبوعات ذات قيمة. **مجلة العمارة والفنون**، ٢(١٢)، ١٠٣-١١٧.
- دلال استيتية وعمر سرحان (٢٠١٧). **تكنولوجيا التعليم والتعلم الإلكترونى**. إعادة للطبعة الأولى، عمان، الأردن: دار وائل للنشر.
- رباب أحمد توبة (٢٠١٤). **أثر استخدام إستراتيجية النمذجة الرياضية على استيعاب المفاهيمى الرياضية وحلّ المسألة الرياضية لدى طلبة الصف السابع الأساسى فى وحدة القياس**. رسالة ماجستير (غير منشورة)، جامعة النجاح الوطنية، فلسطين.
- رشا هاشم عبدالحميد محمد (٢٠١٧). فعالية استخدام إستراتيجية الرحلات المعرفية عبر الويب (الويب كوست) فى تدريس الهندسة لتنمية البراعة الرياضية لدى طالبات المرحلة المتوسطة. **مجلة تربويات الرياضيات**، ٢٠(٣)، ٣٢-٨٧.
- رفعت محمد المليجى (٢٠٠٩). **طرق تعليم الرياضيات الإبداع والإمتاع**. الطبعة الأولى، القاهرة: دار السحاب للنشر والتوزيع.
- رمضان مسعد بدوى (٢٠٠٧). **تدريس الرياضيات الفعال من رياض الاطفال حتى الصف السادس الابتدائى (دليل للمعلمين والآباء ومخططى المناهج)**. الطبعة الأولى، عمان، الأردن: دار الفكر.
- رمضان مسعد بدوى (٢٠٠٨). **تضمين التفكير الرياضى فى برامج الرياضيات المدرسية**. عمان، الأردن: دار الفكر.
- رمضان مسعد البدوى (٢٠١٩) .**إستراتيجيات فى تعليم وتقويم تعلم الرياضيات**. الطبعة الثانية، الأردن: دار الفكر.
- سامية جودة (٢٠١٨). استخدام الواقع المعزّز فى تنمية مهارات حلّ المشكلات الحسابية والذكاء الانفعالى لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية ذوى صعوبات تعلم الرياضيات بالمملكة العربية السعودية، **مجلة دراسات عربية فى التربية وعلم النفس (ASEP)**، عدد ٩٥، ٢٣-٥٢.
- سعيد المنوفى وخالد المعثم (٢٠١٨). مدى تمكّن طلاب الصف الثانى المتوسط لمنطقة القصيم من مهارات البراعة الرياضية، **مجلة تربويات الرياضيات**، ٢١ (٦)، ٥٩-١٠٥.
- سلمان منوخ الشرارى (٢٠١٤). **أثر إستراتيجية النمذجة الرياضية فى استيعاب التعميمات الرياضية وحلّ المسألة الرياضية فى ضوء مفهوم الذات الرياضى لدى معلَمى الرياضيات فى**

المملكة العربية السعودية. رسالة دكتوراة (غير منشورة)، كلية الدراسات العليا، الجامعة الأردنية.

- شيماء أحمد (٢٠١٨). **اختلاف زاوية الرؤية ببيئة الواقع المعزز وأثرها فى تنمية المفاهيم الرياضية والتخيل البصرى المكانى لدى رياض الأطفال**. رسالة ماجستير (غير منشورة)، كلية الدراسات العليا للتربية، جامعة القاهرة.
- شيماء محمد حسن (٢٠١٦). فاعلية برنامج قائم على إستراتيجية التدريس المتمايز فى تنمية الكفاءة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الثانوية. **مجلة تربويات الرياضيات**، ١٩(٥)، ٥١-١٠٢.
- صباح سعيد حمادى (٢٠١٦). أثر اسلوب النمذجة الرياضية فى حل المشكلات التطبيقية لدى طلاب الصف الثانى المتوسط فى الرياضيات. **مجلة الأستاذ**، كلية التربية ابن رشد، جامعة بغداد، ٢(٢١٧)، ٣٠٥-٣٣٨.
- صلاح الدين علام (٢٠١٥). **القياس والتقويم التربوى والنفسى اساسياته وتطبيقاته وتوجهاته المعاصرة**. الطبعة السادسة، القاهرة، مصر: دار الفكر العربى.
- عبد الرحمن محمد أبو سارة وصلاح ياسين (٢٠١٨). أثر استخدام ثلاثة برامج حاسوبية على التحصيل الدراسى لطلبة الصف العاشر الأساسى فى الرياضيات فى مديرية قباطية (دراسة مقارنة). **مجلة جامعة النجاح الوطنية للأبحاث (العلوم الانسانية)**، ٣٢(٦)، ١٠٠٤-١٠٢٣.
- عبد الرحمن محمد صادق أبو سارة (٢٠١٦). **أثر استخدام ثلاثة برامج حاسوبية على التحصيل الدراسى لطلبة الصف العاشر الأساسى فى الرياضيات ودافعيتهم نحو تعلمها فى مديرية قباطية (دراسة مقارنة)**. رسالة ماجستير (غير منشورة)، جامعة النجاح الوطنية، نابلس، فلسطين.
- عبدالله عطار وإحسان كنسارة (٢٠١٥). **الكائنات التعليمية وتكنولوجيا النانو**. الرياض، السعودية: مكتبة الملك فهد الوطنية للنشر والتوزيع.
- عبدالواحد الكبيسى ونادية العاملى (٢٠١٨). **برنامج الجيوجبرا وعادات العقل فى تدريس الرياضيات**. عمان، الأردن: مركز ديبونو لتعليم التفكير.
- عدنان العابد وسهيل صالحة (٢٠١٤). أثر استخدام برمجية جيوجبرا GeoGebra فى حلّ المسألة الرياضية وفى القلق الرياضى لدى طلبة المرحلة الأساسية العليا. **مجلة النجاح للأبحاث**، جامعة النجاح الوطنية، ٢٨(١١)، ٢٤٧٣-٢٤٩٢.

- علاء أبوالرايات (٢٠١٤). فعالية استخدام نموذج أبعاد التعلم لمارزانو فى تدريس الرياضيات على تنمية الكفاءة الرياضية لدى طلاب المرحلة الإعدادية. **مجلة تربويات الرياضيات**، ١٧(٤)، ٥٣-١٠٤.
- فايز مراد مينا (٢٠٠٦). **قضايا فى تعليم وتعلم الرياضيات**. الطبعة الثالثة، القاهرة، مصر: مكتبة الأنجلو المصرية.
- فدوى خليل القطاطشة (٢٠١٥). **أثر استخدام إستراتيجية تدريسية قائمة على الطلاقة الإجرائية فى تنمية التفكير الرياضى والاستيعاب المفاهيمى والاتجاهات نحو الرياضيات لدى طلبة الصف الرابع الأساسى فى الأردن**. رسالة دكتوراه (غير منشورة)، الجامعة الأردنية، عمان، الأردن.
- فريد أبوزينة (٢٠٠٧). **الأعداد وتطبيقاتها الرياضية والحياتية**. عمان، الأردن: دار المسيرة.
- فريد كامل أبوزينة(٢٠١٠). **تطوير مناهج الرياضيات المدرسية وتعلمها**. الطبعة الأولى، عمان، الأردن: دار وائل للنشر.
- فريد كامل أبوزينة (٢٠١٧). **مناهج الرياضيات المدرسية وتدريسها**. الطبعة الرابعة، عمان، الأردن: مكتبة الفلاح للنشر والتوزيع.
- فريد أبوزينة وعبدالله عبابنة (٢٠١٠). **مناهج تدريس الرياضيات للصفوف الأولى**. الطبعة الثانية، الأردن، دار المسيرة للنشر والتوزيع.
- ليلى بنت محمد الشيزاوية(٢٠١٨). **أثر التدريس القائم على تقنية الواقع المعزّز (Augmented Reality) فى اكتساب مفاهيم المضلعات والدائرة والاستدلال المكانى لدى طلبة الصف السادس الأساسى**. رسالة ماجستير (غير منشورة)، جامعة السلطان قابوس، عُمان.
- مأمون حكم الصفوق(٢٠١٥).**أثر استخدام إستراتيجية النمذجة الرياضية فى اكتساب مفاهيم الكسور والعمليات الحسابية عليها لمتعلم الصف الرابع الأساسى**. رسالة ماجستير (غير منشورة)، الجامعة الأردنية، المملكة الأردنية الهاشمية.
- محمد سيد عبدالعال(٢٠١٢). برنامج قائم على الأنشطة الواقعية لتنمية عمليات النمذجة الرياضية والميل نحو الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. **مجلة تربويات الرياضيات**، المجلد ١٥(٢)، ٢-٣٨.
- محمد عبدالفتاح سعيد (٢٠١٦). أثر استخدام النمذجة الرياضية فى تنمية المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحلّ المشكلات الهندسية. **مجلة تربويات الرياضيات**، مجلد ١٩(٧)، ٢٣٠-٢٦٢.

- محمد علام طلبة (٢٠١٨). فاعلية استخدام إستراتيجية PDEODE فى تدريس الرياضيات فى تنمية الكفاءة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. **مجلة تربويات الرياضيات**، ٢١(٥)، ٦٧-١١٦.
- محمد محمود الحيلة (٢٠٠٤). **تكنولوجيا التعليم بين النظرية والتطبيق**. الطبعة الرابعة، عمان، الأردن: دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة.
- محمد ياسين و أمل الخصاونة (٢٠١٨). العلاقة بين تصورات معلمى الرياضيات للنمذجة الرياضية وكفاءتهم الذاتية فى مهارات النمذجة. **مجلة جامعة القدس المفتوحة للأبحاث والدراسات التربوية والنفسية**، المجلد ٨ (٢٣)، ١٢٢- ١٤٠.
- محمود رائد عزيز الضانى (٢٠١٧). **أثر استخدام إستراتيجية التعلم بالدماغ ذى الجانبين على تنمية البراعة الرياضية لدى طلاب الصف السادس الاساسى بغزة**، رسالة ماجستير (غير منشورة)، الجامعة الاسلامية، غزة، فلسطين.
- مها بنت راشد الخالدي(٢٠١٨). **تصميم وحدات تعلم رقمية قائمة على التمثيلات الرياضية وقياس فاعليتها فى تنمية البراعة الرياضية لدى طالبات المرحلة الثانوية بمدينة الرياض**، رسالة دكتوراة (غير منشورة)، جامعة الإمام محمد بن سعود الإسلامية، السعودية.
- مها عبدالنعيم المصاروة (٢٠١٢).**أثر التدريس وفق إستراتيجية قائمة على الربط والتمثيل الرياضى فى البراعة الرياضية لدى متعلم الصف السادس الأساسى**. رسالة ماجستير (غير منشورة)، الجامعة الهاشمية، الزرقاء، الأردن.
- نبيل جاد عزمى (٢٠١٥). **بيئات التعلم التفاعلية**. الطبعة الثانية، القاهرة، مصر: يسطرون للطباعة والنشر.
- نورة بنت فائز الشهرى (٢٠١٦). أثر استخدام التدريس بالنمذجة على تنمية مهارات حلّ المسألة الرياضية لدى تلميذات الصف السادس الإبتدائى. **مجلة تربويات الرياضيات**، ١٩(١١)، ٦-٤٤.
- هيثم عاطف حسن (٢٠١٨). **تكنولوجيا العالم الافتراضى والواقع المعزّز**. الطبعة الأولى، مدينة ٦ أكتوبر، مصر: المركز الأكاديمى العربى للنشر والتوزيع.
- هيفاء أحمد الحربى (٢٠١٨). **تقنية الواقع المعزّز للتعليم أفكار تطبيقية لمراكز التعلم**. الطبعة الأولى، السعودية: نور للنشر.
- وزارة التربية والتعليم (٢٠١٢). **نتائج ومؤشرات Timss 2011**. وزارة التربية والتعليم، رام الله، فلسطين.

- وزارة التربية والتعليم (٢٠١٦). **الإطار العام لمناهج الرياضيات فى المرحلة الأساسية ١-١٠.** رام الله، فلسطين.
- ويليامز دينيس (٢٠١٧). **إرشادات أساسية لا غنى عنها لدراسة الواقع المعزّز.** (ترجمة أمـــل سليمان)، القاهرة، مصر: دار الفكر العربى.

ثانياً: المراجع الأجنبية:

- Ang Keng, C. (2001). Teaching Mathematical Modeling in Singapore School. **The Mathematical Educator,** Singapore, 6(1), 63-75.
- Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects—State, trends and issues in mathematics instruction. **Educational studies in mathematics**, *22*(1), 37-68.
- Bulut, M., Akcakin, H., Kaya, G. & Akcakin V. (2016). The Effect of GeoGebra on Third Grade Primary Students Academic Achievement in Fractions. **International Society of Educational Research**. 11(9), 255-347.
- GeoGebra Institute (2013). **Introduction to GeoGebra version 4.4**. Retrieved 25/٨/201٧, from:
- https://static.GeoGebra.org/book/intro-en.pdf.
- Groves, Susie (2012). Developing Mathematical Proficiency, **Journal Of Science And Mathematics Education In Southeast Asia**, 35(2), P. 119-135.
- Hansson, A. (2010). Instructional Responsibility in Mathematics Education: Modelling Classroom Teaching Using Swedish Data. **Education Stud Math**, 75,171-189.
- Jennifer, S.(2007). Try it All Together: Classroom Practices That Promote Mathematical Proficiency for all Students, **Teaching Children Mathematics**, The National Council of Teachers of Mathematics, October, 14(3) , 163-169.

- Kahn, P. & Kyle, J. (2002). **Effective Learning and Teaching Mathematics and Its Applications.** London, Kogan Page Limited.
- Larsen, Y., Bogner, F., Buchhoz, H., & Brosda, C.(2011). Evaluation of a Portable and Interactive Augmented Reality Learning System By Teachers and Students, Open Classroom Conference Augmented Reality in Education, **Ellinogermamiki Agogi**, Athens, Greece, 41-50.
- MacGregor, D. (2013). **Academy of Math Developing Mathematical Proficiency.** EPS Literacy and Intervention.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), (2000), **Principles and standards for school mathematics**, Reston, VA: NCTM.
- National Research Council (NRC). (2001).Adding it up: Helping children learn mathematics. J. Kilpatrich, J. Swafford, and B. Findell (Eds). Mathematics Learning Study Committee, **Center For Education**, **Division of Behavioral and Social Sciences and Education**. Washington, DC: National Academy Press.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics**. Reston, VA, Council.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).(2014). **Procedural Fluency in Mathematics (Position of NCTM)**. Retrieved 16/2/2019 From www.nctm.org > About NCTM> Position Statements.
- Nelson-Walker, N. J., Doabler, C. T., Fien, H., Gause, M., Baker, S. K., & Clarke, B. (2013). Instructional Gaming: Using Technology to Support Early Mathematical Proficiency. **Society for Research on Educational Effectiveness.** 13(2), 31-45.
- Ostler, E. (2011). Teaching Adaptive and Strategic Reasoning Through Formula Derivation: beyond formal Semiotics. Sutra, **International Journal of Mathematics Science Education**, 4(2), 16-26.

- Ozdemir, I. Y. & Pape, S. J.(2012). Supporting Students Strategic Competence: A case of Sixth Grade Mathematics Classroom. **Mathematics Education Research Journal**, 24(2), 153-168.
- Patrice, D. (2011). **Opportunities to develop Mathematical Proficiency: How Teachers Structure Participation in the los Angeles**. UNIVERSITY OF CALIFORNIA.
- Philipp, J. (2010). **Productive Disposition: The Missing Component of Mathematical Proficiency**. San Diego: San Diego State University.
- Regan, B. (2012). **The Relationship Between State High School Exit Exams and Mathematical Proficiency: Analyses of the Complexity, Content, and Format of Item and Assessment Protocol.** Ohio, Ohio University.
- Samuelsson , J.(2010). The Impact of Teaching Approaches on Students Mathematics Proficiency in Sweden, ***International Electronic Journal of Mathematics Education***, 5(2), 61-78.
- Siller, H.S., & Greefrath, G. (2010). **Mathematical modelling in class regarding to technology. In V. Durand- Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello (Eds.),** Proceeding of the Sixty European Conference on Research on Mathematics Education (pp. 1150-1160). INRP. http://www.inrp.fr/editions/cerme6
- Wethall, N. (2011). **The Impact of Mathematical Modeling on Student Learning and Attitudes.** Master's thesis (Unpublished), The Evergreen State College. Retrieved from http://archives.evergreen.edu/masterstheses/Accession2010-03MEd/2011/Wethall_Nicola_MEd_2011. pdf.
- Yuen, S., Yaoyune, G. & Johnson, E. (2011). Augment reality: An Overview and Five Directions for AR in Education. ***Journal of Educational Technology Development and Exchange***, 4(1), 119-140.